This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

**Usage guidelines**

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

**About Google Book Search**

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

**Informazioni su questo libro**

Si tratta della copia digitale di un libro che per generazioni è stato conservata negli scaffali di una biblioteca prima di essere digitalizzato da Google nell'ambito del progetto volto a rendere disponibili online i libri di tutto il mondo.

Ha sopravvissuto abbastanza per non essere più protetto dai diritti di copyright e diventare di pubblico dominio. Un libro di pubblico dominio è un libro che non è mai stato protetto dal copyright o i cui termini legali di copyright sono scaduti. La classificazione di un libro come di pubblico dominio può variare da paese a paese. I libri di pubblico dominio sono l'anello di congiunzione con il passato, rappresentano un patrimonio storico, culturale e di conoscenza spesso difficile da scoprire.

Commenti, note e altre annotazioni a margine presenti nel volume originale compariranno in questo file, come testimonianza del lungo viaggio percorso dal libro, dall'editore originale alla biblioteca, per giungere fino a te.

**Linee guide per l'utilizzo**

Google è orgoglioso di essere il partner delle biblioteche per digitalizzare i materiali di pubblico dominio e renderli universalmente disponibili. I libri di pubblico dominio appartengono al pubblico e noi ne siamo solamente i custodi. Tuttavia questo lavoro è oneroso, pertanto, per poter continuare ad offrire questo servizio abbiamo preso alcune iniziative per impedire l'utilizzo illecito da parte di soggetti commerciali, compresa l'imposizione di restrizioni sull'invio di query automatizzate.

Inoltre ti chiediamo di:

+ *Non fare un uso commerciale di questi file* Abbiamo concepito Google Ricerca Libri per l'uso da parte dei singoli utenti privati e ti chiediamo di utilizzare questi file per uso personale e non a fini commerciali.

+ *Non inviare query automatizzate* Non inviare a Google query automatizzate di alcun tipo. Se stai effettuando delle ricerche nel campo della traduzione automatica, del riconoscimento ottico dei caratteri (OCR) o in altri campi dove necessiti di utilizzare grandi quantità di testo, ti invitiamo a contattarci. Incoraggiamo l'uso dei materiali di pubblico dominio per questi scopi e potremmo esserti di aiuto.

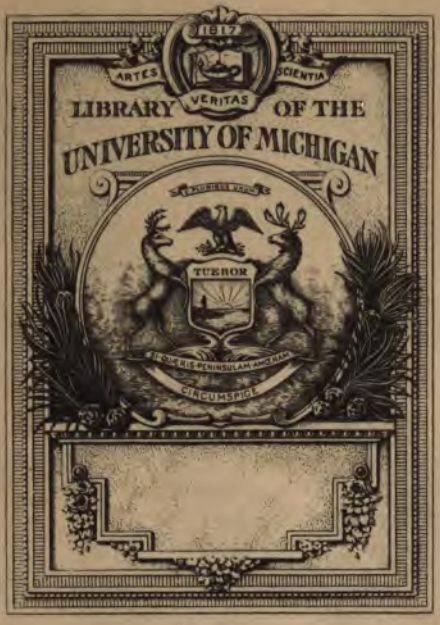
+ *Conserva la filigrana* La "filigrana" (watermark) di Google che compare in ciascun file è essenziale per informare gli utenti su questo progetto e aiutarli a trovare materiali aggiuntivi tramite Google Ricerca Libri. Non rimuoverla.

+ *Fanne un uso legale* Indipendentemente dall'utilizzo che ne farai, ricordati che è tua responsabilità accertati di farne un uso legale. Non dare per scontato che, poiché un libro è di pubblico dominio per gli utenti degli Stati Uniti, sia di pubblico dominio anche per gli utenti di altri paesi. I criteri che stabiliscono se un libro è protetto da copyright variano da Paese a Paese e non possiamo offrire indicazioni se un determinato uso del libro è consentito. Non dare per scontato che poiché un libro compare in Google Ricerca Libri ciò significhi che può essere utilizzato in qualsiasi modo e in qualsiasi Paese del mondo. Le sanzioni per le violazioni del copyright possono essere molto severe.

**Informazioni su Google Ricerca Libri**

La missione di Google è organizzare le informazioni a livello mondiale e renderle universalmente accessibili e fruibili. Google Ricerca Libri aiuta i lettori a scoprire i libri di tutto il mondo e consente ad autori ed editori di raggiungere un pubblico più ampio. Puoi effettuare una ricerca sul Web nell'intero testo di questo libro da `http://books.google.com`

A 415344


1817
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
CIRCUMSPICE

QB
42
.C26

# *TRATTATO*
# D'ASTRONOMIA:

# TRATTATO
# D'ASTRONOMIA
## DI
## VITO CARAVELLI.

---

## TOMO II.

---

IN NAPOLI

Nella Stamperia de' RAIMONDI
*Con licenza de' Superiori*
MDCCLXXXII.

Mem. q. sec.
Perrella
10-14-27
15746

# INDICE

## De' Capi contenuti in queſto Tomo.

## LIBRO II.

In cui s'eſpongono le operazioni fondamentali dell' Aſtronomia.

CAP.I. *Si premette una brieve idea della refrazione della luce colla legge ſua fondamentale.* pag. 1

CAP.II. *Si diſtinguono i luoghi, le diſtanze dal zenit, e le altezze de' corpi celeſti in vere, ideali, e apparenti; e s'inſegna il modo di determinare le diſtanze apparenti dal zenit, e le altezze apparenti de' medeſimi corpi.* 8

CAP.III. *Della teorica della* Parallaſſe *de' corpi celeſti, dove ſi ſviluppano tutt' i principj teorici per coſtruire le Tavole delle alterazioni, che ſoffrono le altezze de' detti corpi con guardarli dalla ſuperficie, e non dal centro della terra.* 21

CAP.

CAP.IV. *Della teorica della* Refrazione aſtronomica, *dove ſi ſviluppano più principj teoretici per coſtruire le Tavole delle alterazioni, che ſoffrono le altezze de' corpi celeſti a cagione della refrazione della luce.* 30

CAP.V. *In cui ſi ſviluppano altri principj teoretici relativamente alle refrazioni aſtronomiche, ſuppoſta la luce procedere nell' atmosfera terreſtre in linea curva.* 40

CAP.VI. *Della coſtruzione, e dell' uſo della Tavola delle refrazioni mezzane.* 68

CAP.VII. *S' inſegnano alcune operazioni aſtronomiche da premettere a tutte le altre.* 79

CAP.VIII. *De' modi di determinare ſenza biſogno delle refrazioni l' altezza del polo, le due refrazioni neceſſarie per calcolare le Tavole delle refrazioni mezzane, e le declinazioni delle ſtelle fiſſe.* 92

CAP.IX. *S' inſegnano alcune operazioni fondamentali relativamente al Sole da premettere a tutte le altre.* 108

CAP.X. *S' inſegna a determinare con eſattezza relativamente a qualunque orologio a pendolo, conoſciuta l' equabilità del ſuo moto, coll'ajuto delle altezze uguali del Sole il momento del mezzogiorno, e quanto a sì fatta determinazione ha immediato rapporto.* 126

CAP.XI. *S' inſegnano i modi di determinare gli equinozj coll' aſcenſione retta d' una ſtella, l'obbliquità dell'eclittica, ed i ſolſtizj.* 149

CAP.XII. *S' eſpongono i modi di poter determinare i tempi, che impiega il ſemidiametro del*

del Sole in qualunque rivoluzione diurna a traverſare il meridiano, qualſiſia verticale, e l'orizzonte, o qualſivoglia ſuo parallelo. 165
CAP. XIII. Si ſciolgono più problemi relativamente al moto annuo del Sole. 176
CAP XIV. S' inſegnano più problemi relativamente alle determinazioni delle aſcenſioni rette, delle declinazioni, delle longitudini, e e delle latitudini delle ſtelle fiſſe. 188
CAP. XV. Della Preceſſione degli equinozj, e delle determinazioni delle formole generali per calcolare le variazioni, che tale preceſſione cagiona alle aſcenſioni rette, e alle declinazioni delle ſtelle. 199
CAP. XVI. Si definiſcono l' anno ſolare, le ſue ſpezie, e l' anno civile, e s' eſpone il come s' è proceduto per giugnere all' eſatta determinazione e delle ſpezie dell'anno ſolare, e dell' anno civile, di cui facciamo uſo. 217
CAP. XVII. S' eſpone quanto occorre circa la determinazione del tempo, e circa il regolamento degli orologj e per gli uſi aſtronomici, e per gli uſi civili. 243
CAP. XVIII. In cui s' inſegna a calcolare relativamente a qualunque giorno di qualſiſia anno i tempi de' paſſaggi de' corpi celeſti per qualſivoglia meridiano. 290
CAP. XIX. S' inſegnano i modi di determinare gli angoli orarj de' corpi celeſti, gli archi ſemidiurni, che nelle giornaliere rivoluzioni appariſcono deſcrivere, e i tempi del naſcere, e tramontare di eſſi. 312

CAP.

CAP. XX. *De' modi di calcolare l' ora ſolare vera per mezzo d' un' altezza del Sole, o di qualſiſia ſtella.* 341

CAP. XXI. *S' inſegna a calcolare l' altezza vera, l' azzimutto, e l' angolo parallattico del Sole, e delle ſtelle, corriſpondenti a qualunque data ora ſolare.* 354

# TRATTATO D' ASTRONOMIA.

## LIBRO II.

In cui s' eſpongono le operazioni fondamentali dell' Aſtronomia.

### CAP. I.

*Si premette una brieve idea della refrazione della luce colla legge ſua fondamentale.*

#### DEFINIZIONE I.

1. SI dice *refrazione della luce* quel piegarſi, e mutar direzione, che fa ogni raggio di luce in paſſare da un mezzo in un altro di diverſa denſità.

## DEFINIZIONE II.

Fig. 1, 2. Sieno LM la ſuperficie, che ſepara due mezzi di denſità diverſe, AB un raggio di luce, che cade obbliquamente ſulla ſuperficie LM, BC il raggio refratto in B, ed XY la perpendicolare ad LM, procedente per B; e ſia di più AB prolungata in G. Si dicono AB il *raggio incidente*, BC il *raggio refratto*, LM la *ſuperficie refringente*, B il *punto dell' incidenza*, XY l' *aſſe della refrazione*, ABX l'*angolo d'inclinazione*, CBY l'*angolo refratto*, e GBC l' *angolo della refrazione*.

## AVVERTIMENTO.

3. Le iſperienze hanno fatto conoſcere 1°. che ogni raggio di luce in un mezzo uniforme ſi muove in linea retta; 2°. che in paſſare un raggio di luce da un mezzo in un altro di diverſa denſità, qualora vi paſſa cadendo obbliquamente ſulla ſuperficie refringente, ſi refrange, e ſi refrange più, o meno, ſecondochè più, o meno è la differenza delle denſità de' due mezzi; 3°. che in refrangerſi un raggio di luce, s' avvicina all' aſſe della refrazione, ſe paſſa da un mezzo raro al denſo; e ſe ne diſcoſta, ſe paſſa da un mezzo denſo al raro; 4°. che il raggio refratto procede ſempre nel piano iſteſſo, in cui ſo-

no

no il raggio incidente, e l'asse della refrazione; e 5°. finalmente che variandosi l'angolo d'inclinazione d'un raggio di luce, che passa da un mezzo in un altro di diversa densità, si varia ancora l'angolo refratto: la ragione però de' seni di sì fatti angoli resta sempre l'istessa, qualunque sia la variazione dell'angolo d'inclinazione, e qualunque quella, che in conseguenza acquista l'angolo refratto.

## COROLLARIO I.

4. Essendo, qualora la luce ora con una inclinazione, e ora con un' altra passa per gli stessi mezzi, la ragione del seno dell' angolo d'inclinazione a quello dell' angolo refratto sempre la stessa; se l' angolo d' inclinazione sarà nullo, nullo sarà altresì l'angolo refratto. E perciò un raggio di luce, che cade perpendicolarmente sulla superficie, che separa due mezzi di densità diverse, passa da un mezzo nell' altro senza soffrire refrazione alcuna.

## COROLLARIO II.

5. Contrassegnino BOC un quadrante circolare, AOB l' angolo d' inclinazione d' un raggio di luce, che passa da un mezzo in un altro di diversa densità, e AE il suo seno. S' intenda da AE tagliata EF, Fig. 2.

talchè ſia AE: EF, come il ſeno dell'angolo d'inclinazione del ſuppoſto raggio di luce al ſeno del ſuo angolo refratto; e, tirata per F la FD parallela ad OB, ſi congiungano le rette OD, AD. Contraſſegneranno DOB l'angolo refratto, e AOD l'angolo della refrazione dell'iſteſſo ſuppoſto raggio di luce. Or ſe l'angolo AOB s'accreſce, o diminuiſce, talchè s'accreſca, o diminuiſca il ſuo ſeno, ſi debbono anche accreſcere, o diminuire le rette AF, FD, e accreſcere, o diminuire altresì l'arco AD, e conſeguentemente l'angolo AOD. Sicchè l'angolo AOD della refrazione d'un raggio di luce ſi deve accreſcere, o diminuire, ſecondochè s'accreſce, o diminuiſce il ſeno dell'angolo d'inclinazione. E perciò ſarà l'angolo della refrazione d'un raggio di luce maſſimo, qualora l'angolo d'inclinazione può divenire retto; ſarà nullo, qualora l'angolo d'inclinazione ſarà nullo; e finalmente ſi farà tanto più minore del maſſimo, quanto più l'angolo d'inclinazione ſi farà minore del retto.

## PROBL. I.

*6. Determinare la legge generale, ſecondo la quale la luce in paſſare obbliquamente da un mezzo in un altro di diverſa denſità ſi refrange.*

So-

## SOLUZIONE.

Sia quanto s' è ſuppoſto nel § 2. Col centro B, e con qualunque intervallo BA ſi deſcriva il cerchio LXMY. Da A ſi cà-lino le rette AI, AK riſpettivamente perpendicolari ad LM, XY. Tagliata BN = BI, s' innalzi da N ſu LM la perpendicolare NC, e ſi prolunghi, finchè incontra il raggio refratto BC in C. Finalmente da D, e C ſi calino ſu XY le perpendicolari DE, CF. Fig. 1

Movendoſi la luce prima della refrazione per AB, con AB ſi può eſprimere la forza, colla quale ogni parte di luce giugne in B. Onde tale forza equivale a due, le direzioni, ed efficacie delle quali vengono eſpreſſe da IB, KB ( § *69 della Dinamica* ). Or di tali due forze la eſpreſſa da IB non può ricevere alterazione alcuna in giugnere le parti della luce in B. Sicchè tale forza deve reſtare intera dopo la refrazione; e perciò BN deve eſprimere la direzione, ed efficacia d' una delle forze componenti delle parti della luce dopo la refrazione. Ma la luce dopo la refrazione procede per BC. Sicchè dopo la refrazione debbono eſprimere BF la direzione, ed efficacia dell' altra forza componente delle parti della luce, e BC la direzione, ed efficacia della forza compoſta. E perciò le parti della luce dopo la

refrazione corrono coll' intera forza, che hanno, BC nel medeſimo tempo, che correrebbero BN colla forza eſpreſſa da BN; vale a dire in tempo uguale a quello, in cui prima della refrazione avrebbero corſa IB colla ſola forza eſpreſſa da IB, e hanno corſa AB coll'intera forza. Per la qual coſa AB, e BC ſono i ſpazj, che la luce corre prima, e dopo la refrazione in tempi uguali. Onde AB ſta a BC, come la velocità, che ha la luce prima della refrazione a quella, che ha dopo. Ma AB : BC = BD : BC = DE : CF = DE : BN = DE : BI = DE : AK, cioè come il ſeno dell' angolo refratto CBY al ſeno dell' angolo d' inclinazione ABX. Sicchè la luce ſi refrange con tal legge, che la velocità, che ha prima della refrazione, ſta a quella, che ha dopo, come il ſeno dell' angolo refratto al ſeno dell' angolo d' inclinazione. Ch' è ciò, che biſognava determinare.

## COROLLARIO I.

7. Eſſendo il ſeno dell'angolo refratto minore di quello dell' angolo d' inclinazione, qualora la luce paſſa dal mezzo raro al denſo, e maggiore, qualora paſſa dal mezzo denſo al raro. Dunque la luce corre con maggiore velocità nel mezzo denſo, che nel raro.

CO-

## COROLLARIO II.

8. Essendo in oltre, qualora i mezzi sono gli stessi, costante la ragione de' detti seni, qualunque sia la mutazione, che soffra l'angolo d' inclinazione, e conseguentemente l'angolo refratto; costante sarà ancora la ragione della velocità, che ha la luce prima della refrazione a quella, che ha dopo, qualunque mutazione, che soffra l'angolo d' inclinazione, e conseguentemente l'angolo refratto, purchè i mezzi sieno i medesimi.

## AVVERTIMENTO I.

9. Si noti che se il raggio incidente AB passa per la superficie refringente LM in un mezzo non uniforme, ma di densità, che si va successivamente accrescendo, o diminuendo; in tale caso il raggio refratto deve andare continuamente variando direzione, e conseguentemente deve procedere non in linea retta, ma in linea curva; e tale curva deve essere concava verso XY, se la densità del mezzo va crescendo, e convessa, se va diminuendosi.

## AVVERTIMENTO II.

10. Si noti pure che la legge della refrazione s' è cercata sempre da insigni Geo-

metri per vie non proprie. La via ſemplice, e ſpedita, da noi tenuta, non s'è loro preſentata. Quindi non è meraviglia che taluni l'abbiano fallita, e altri ſieno ſtati nella neceſſità, per giugnere al vero, di dare alla via tenuta modificazione, che non l'apparteneva.

# CAP. II.

*Si diſtinguono i luoghi, le diſtanze dal zenit, e le altezze de' corpi celeſti in vere, ideali, e apparenti; e s' inſegna il modo di determinare le diſtanze apparenti dal zenit, e le altezze apparenti de' medeſimi corpi.*

## DEFINIZIONE I.

11. Si chiama in generale *luogo* d' un corpo celeſte il ſito nella ſuperficie della sfera mondana, al quale viene eſſo corpo riferito.

## AVVERTIMENTO I.

12. Determinano gli Aſtronomi il luo-

go

go d' un corpo celeſte, con determinare nella ſuperficie della sfera mondana il punto, al quale va riferito il centro dell' iſteſſo corpo, o il corpo intero, nel caſo che appariſce a guiſa di punto lucido, come appariſcono le ſtelle fiſſe. Onde in ſeguito per luogo d' un corpo celeſte intenderemo ſempre il punto della ſuperficie della detta sfera, al quale il centro del corpo va riferito.

## AVVERTIMENTO II.

13. Si noti in oltre che gli Aſtronomi in riferire i corpi celeſti alla ſuperficie della sfera mondana, li riferiſcono alle periferie d' alcuni cerchi maſſimi dell' iſteſſa sfera, per poter conoſcere le diſtanze di eſſi corpi o dall' orizzonte, o dal zenit, o dall' equatore, o dal polo viſibile, ec. . Or tali diſtanze, come archi, che miſurano angoli fatti al centro della detta sfera, ſuppongono i corpi celeſti riferiti alle periferie de' detti cerchi dal centro della sfera, e riferiti per le direzioni, nelle quali effettivamente ſi trovano. Intanto gli Aſtronomi guardano i detti corpi non dal detto centro, ma dalla ſuperficie della terra, e li guardano coll' ajuto de' raggi di luce, che da eſſi corpi li pervengono, dopo corſi prima uno ſpazio libero, e poſcia quel tratto dell' atmosfera terreſtre, che ſono coſtretti di correre, per giugnere ſulla terra. Conviene dunque prima

prima d' ogni altra cosa esaminare quali alterazioni per sì fatte cagioni soffrono i corpi celesti relativamente agli luoghi di essi.

## AVVERTIMENTO III.

Fig. 3. 14. Contrassegnino perciò LZME la sfera mondana, AF la terra, O il suo centro, HI l'atmosfera terrestre, o quella sua parte, dalla cui superficie incomincia ad avere densità sensibile, e conseguentemente incomincia la luce a refrangersi, A il luogo dell' osservatore, Z il zenit dell' istesso luogo, ed S un corpo celeste. Pel centro di S s' intendano tirate dagli punti O, e A le rette OB, AG. Potendosi la terra prendere per sferica, per sferica si può prendere anche la sua atmosfera, e conseguentemente l'anzi detta sua parte. Onde tutt' i raggi di luce, procedenti dagli corpi celesti verso il centro O della terra, come procedenti per direzioni perpendicolari alla superficie refringente HI, debbono giugnere sulla superficie della terra AF senza soffrire refrazione alcuna. E perciò se la terra fosse corpo trasparente, e uno spettatore potesse dal suo centro O guardare il corpo S, il vedrebbe in B pel raggio diretto OS. Ma essendo lo spettatore in A, se il raggio di luce SA col cadere obbliquamente sulla superficie refringente HI non soffrisse refrazione; tale spettatore ve-

vedrebbe il centro di S pel raggio SA nel punto C, diverso da B. Sì fatto raggio di luce però, a cagione della refrazione, non può giungnere allo spettatore in A. Sia dunque il raggio SH, che andandosi da H continuamente refrangendo, a cagione del continuo crescere della densità dell' atmosfera dalla sua superficie fino alla superficie della terra, e refrangendo con avvicinarsi sempre all' asse della refrazione, giunga per una curva in A; e sia di più AD la tangente di tale curva nel punto A. Lo spettatore in A, ricevendo il detto raggio di luce per la direzione della detta tangente, vedrà il centro di S, come se fosse nel punto D.

## COROLLARIO.

15. Quindi il cento di S dal centro O della terra si vedrebbe in B; dal punto A della superficie terrestre si vedrebbe in C se la luce non soffrisse refrazione; e dall' istesso punto A si vede, a cagione della detta refrazione effettivamente in D. E quindi è che il luogo d' un corpo celeste il distinguiamo in *luogo vero*, in *luogo ideale*, e in *luogo apparente*.

## DEFINIZIONE II.

16. Diciamo d' un corpo celeste *luogo vero*

*vero* il punto della ſuperficie della sfera mondana, dove ſi vedrebbe il centro di tale corpo dal centro della terra : *luogo ideale* quel punto dell' iſteſſa ſuperficie , in cui il centro del corpo ſi vedrebbe dalla ſuperficie della terra , ſe la luce non ſi refrangeſſe nell' atmosfera terreſtre : e *luogo apparente* finalmente quel punto della medeſima ſuperficie , in cui il centro dell' iſteſſo corpo ſi vede effettivamente dalla medeſima ſuperficie della terra .

## COROLLARIO I.

17. Quindi del corpo S , guardato dal punto A della ſuperficie terreſtre , il luogo vero è il punto B , il luogo ideale è il punto C, e'l luogo apparente è il punto D.

## AVVERTIMENTO.

18. S' intenda eſſere ZBE il verticale di A , che procede pel centro di S ; e s' intenda altresì tirata relativamente al punto A la verticale OZ. Eſſendo OA , AS nel piano del verticale ZBE , ed eſſendo OS nel piano del triangolo OAS ( § 47 *della Geo. ſol.* ) ; ſarà anche OS nel piano del verticale ZBE. E perciò nella periferia dell'iſteſſo verticale ZBE ſono del corpo S il luogo vero B , e 'l luogo ideale C , ſuppoſto lo

ſpet-

ſpettatore in A . Di più eſſendo ſempre il raggio incidente, il raggio refratto , e l' aſſe della refrazione in un iſteſſo piano ( § 3 ); ſe SH non foſſe nel piano verticale ZBE, procedendo tale raggio di luce refrangendoſi nell' atmoſfera , procederebbe fuori di tale verticale , e non giugnerebbe per conſeguenza allo ſpettatore in A . Sicchè il raggio incidente SH , per giugnere refratto in A , deve eſſere nel piano del verticale ZBE ; e perciò nel medeſimo piano deve eſſere il ſuo refratto, e conſeguentemente la retta AD, tangente in A della curva , che l' iſteſſo raggio refratto deſcrive da H in A. Onde anche il luogo apparente D del corpo S relativamente al punto A è nella periferia del verticale ZBE.

## COROLLARIO II.

19. Per la qual coſa, ſe uno ſpettattore terreſtre guarda un corpo celeſte, nella periferia del cerchio verticale , che paſſa pel centro di tale corpo celeſte , ſi trovano inſieme il luogo vero di sì fatto corpo celeſte, il luogo ideale, e 'l luogo apparente ; e ſi trovano ſempre del luogo vero il luogo ideale alquanto più baſſo , e 'l luogo apparente alquanto più alto dell' ideale . Quindi derivano le diſtinzioni delle altezze, e delle diſtanze dal zenit de' corpi celeſti in *vere*, *ideali*, e *apparenti*.

DE-

## DEFINIZIONE III.

20. Si diranno d'un corpo celeſte *altezza vera*, *altezza ideale*, e *altezza apparente* l'altezza del luogo vero, del luogo ideale, e del luogo apparente dell'iſteſſo corpo. Similmente d'un corpo celeſte ſi diranno *diſtanza dal zenit vera*, *ideale*, e *apparente* la diſtanza dal zenit del luogo vero, del luogo ideale, e del luogo apparente del medeſimo corpo.

## COROLLARIO.

21. Quindi, tirato relativamente al punto A l'orizzonte razionale LM, dinoteranno relativamente all'iſteſſo punto A del corpo S l'altezza vera LB, l'ideale LC, e l'apparente LD; come altresì la diſtanza dal zenit vera BZ, ideale CZ, e apparente DZ.

## AVVERTIMENTO.

22. Gli Aſtronomi miſurano le diſtanze apparenti dal zenit de' corpi celeſti, e conſeguentemente le altezze apparenti di eſſi coll'ajuto dello ſtrumento, detto *Quadrante aſtronomico*, per la forma, che ha, di quadrante di cerchio. La *Fig.* 4 rappreſenta tale ſtrumento ſenza il ſuo piede, ſu cui va moſ-

mosso per tutte le direzioni, secondo le quali occorre doverlo muovere; e la *Fig.* 5 il rappresenta adattato sul piede. Compongono il quadrante astronomico 1° un'ossatura fatta con verghe massicce di ferro, per sostegno d'ogni cosa; 2° la lastra d'ottone AB in forma d'arco circolare, situata secondo la direzione dell'arco del quadrante circolare, che ha per centro il punto O, e per raggio OA, dell'estensione poco più del detto arco, e divisa in gradi, e minuti nella lunghezza dell'istesso detto arco; 3° il cannocchialetto CD, adattato al lato OD dello strumento, per poter vedere mediante il suo ajuto con chiarezza, e distinzione i corpi celesti; 4° finalmente il sottile filo QP, pendente liberamente dal detto centro O, e con un picciolo peso P nell'estremo inferiore, per poter dinotare nella detta lastra i gradi, e minuti, che apparterranno alle distanze dal zenit, e altezze de'corpi celesti, che occorrerà misurare. S'avverta però che tale filo, acciò non sia agitato dal vento, va inserito in un canale d'ottone, liberamente pure pendente, e aperto solamente in corrispondenza della detta lastra, come si può vedere nella *Fig.* 5. Premesse intanto tali cose, veggiamo ora come si misurano col detto strumento le distanze, e altezze apparenti de' corpi celesti. Perciò soggiugniamo il seguente

PRO-

## PROBL. II.

23. *Misurare coll' ajuto del quadrante astronomico la distanza apparente dal zenit; e l' altezza apparente di qualsisia corpo celeste in qualunque momento della sua dimora sull' orizzonte.*

### SOLUZIONE.

1. Si metta lo strumento nel luogo dell' osservazione col cannocchiale a un di presso diretto al corpo celeste, di cui si vuole determinare l'altezza apparente.

2. Con muovere or l' una, or l' altra delle viti, che sono a tal uopo negli estremi delle aste del piede, si disponga lo strumento in modo, che la faccia anteriore del quadrante sia in sito esattamente verticale; il che si conosce per mezzo del filo liberamente pendente dal centro dell' istesso quadrante, che deve in tale situazione dello strumento non appoggiare alla lastra graduata, nè starne distante, ma toccarla leggiermente.

3. Si muova finalmente il quadrante sul suo piede, girandolo ora a destra, ora a sinistra, ora verso su, e ora verso giù, finchè il centro del corpo celeste appariſca nell' intersecazione de' due fili, che si veggono nel cannocchiale del quadrante, posti nel fuo-

fuoco dell'obbiettivo, a guisa uno di diametro orizzontale, e l'altro di diametro verticale.

Dico che i gradi, e minuti dell'arco del quadrante, che si trovano tramezzare tra 'l filo pendente, e l'estremo della graduazione contiguo al cannocchiale, danno i gradi, e minuti della distanza apparente del corpo celeste dal zenit; e che i gradi, e minuti dell'arco rimanente del quadrante danno i gradi, e minuti dell'altezza apparente dell'istesso corpo.

## DIMOSTRAZIONE.

Abbia il quadrante AOB la situazione, che dimostra la *Fig.* 4, qualora s'osserva il centro d'un corpo celeste nell'intersecazione de' detti fili del cannocchiale; e s'intendano essere ZH un arco del verticale, che passa pel luogo dell'osservatore, e pel centro del corpo celeste, CE l'asse del cannocchiale prolungato in E, nella cui direzione s'osserva il centro del detto corpo, e OZ la direzione del filo PO prolungata in Z. Saranno Z il zenit dell'osservatore, E il luogo apparente del corpo celeste, ed EZ la distanza apparente dal zenit dell'istesso corpo. Essendo il raggio della terra un nulla per rispetto di quello della sfera mondana; si potrà senza sensibile errore prendere O per centro del verticale ZH: Onde la distanza Fig. 4.

apparente dal zenit EZ del corpo celeſte è di tanti gradi, e minuti, quanti ne dinota l'angolo EOZ, ovvero l'angolo POB, o pure l'arco del quadrante PB; e conſeguentemente l'altezza apparente dell'iſteſſo corpo è di tanti gradi, e minuti, quanti ne dinota il reſtante arco AP del quadrante. Ch'è ciò, che biſognava dimoſtrare.

## AVVERTIMENTO I.

24. Determinandoſi col quadrante aſtronomico le altezze apparenti de' corpi celeſti, e non le vere; reſta da inſegnare in che modo ſi debbono determinare le altezze vere, che ſono quelle, che abbiſognano. Si ſupponga quanto s'è ſuppoſto ne' §§ 14, 18, 21. Già è noto eſſere del corpo ce-
Fig. 3 leſte S, guardato dal punto A della ſuperficie terreſtre, B il luogo vero, C il luogo ideale, e D il luogo apparente. Or ſe, determinata l'altezza apparente LD, ſe ne toglie da eſſa l'archetto CD, ch'è l'alterazione prodotta all'altezza ideale dalla refrazione della luce, o di quanto la detta refrazione fa apparire più alto il corpo S di quello, che apparirebbe, ſe la luce non ſoffriſſe refrazione; e all'altezza reſtante LC, o ſia all'altezza ideale s'aggiugne l'archetto CB, ch'è l'altra alterazione, che riceve l'altezza vera dal guardare il corpo dalla ſuperficie, e non

dal

dal centro della terra, ovvero di quanto l'altezza vera eccede la ideale; la ſomma dà l'altezza vera LB. Quindi gli Aſtronomi, per avere le altezze vere de' corpi ne' biſogni, giacchè col quadrante aſtronomico non ſi poſſono determinare, ſe non le apparenti, ſono ſtati nella neceſſità di cercare a tutt' i diverſi gradi di altezze apparenti le alterazioni corriſpondenti, cioè tanto quelle, che procedono dalla refrazione della luce, quanto le altre, che procedono dall'oſſervare i corpi dalla ſuperficie, e non già dal centro della terra, e di coſtruire di sì fatte alterazioni delle tavole, acciò ſi poſſano avere ſempre pronte al biſogno. I modi intanto di coſtruire sì fatte tavole s'inſegneranno in ſeguito ne' luoghi opportuni. Ci contenteremo ſolamente per ora ne' ſeguenti quattro capi di eſporre i principj teoretici, che ci dovranno guidare in coſtruire sì fatte tavole.

## AVVERTIMENTO II.

25. Si noti pure che ſe ſi tratta di dover determinare d'un corpo celeſte non l'altezza vera, ma la diſtanza vera dal zenit; in tale caſo alla diſtanza apparente dal zenit, determinata col quadrante aſtronomico, conviene aggiugnere l'alterazione corriſpondente, che deriva dalla refrazione della luce, e ſottrarne dalla ſomma l'altra alte-

razione, che deriva dal guardare il corpo dalla ſuperficie, e non dal centro della terra

## AVVERTIMENTO III.

26. Si noti finalmente che in mare, per uſo della navigazione, le altezze apparenti de' corpi celeſti ſi determinano da qualche tempo coll'ajuto d'un altro ſtrumento, detto l'Ottante di Adley. Tale ſtrumento è aſſai diverſo dal quadrante aſtronomico; perchè, dovendoſi in mare tenere in mano, s'è dovuto rendere aſſai maneggevole. Onde s'è coſtrutto in modo, che i mezzi gradi di eſſo corriſpondano agli gradi celeſti; il che s'è ottenuto coll'ingegnoſa combinazione di piccioli ſpecchi, li quali fanno apparire l'oggetto, che s'oſſerva a qualunque altezza, ſempre nell'orrizzonte.

# CAP. III.

*Della teorica della* Parallaſſe *de' corpi celeſti, dove ſi ſviluppano tutt' i principj teorici per coſtruire le Tavole delle alterazioni, che ſoffrono le altezze de' detti corpi con guardarli dalla ſuperficie, e non dal centro della terra.*

## DEFINIZIONE.

27. Si chiama *parallaſſe* d' un corpo celeſte la differenza del ſuo luogo ideale dal vero.

## COROLLARIO I.

28. Quindi relativamente al punto A della ſuperficie della terra AF, e nel tempo, in cui il corpo celeſte S ſi trova col ſuo centro in S, la parallaſſe di S è l' arco BC del verticale di A, procedente pel centro dell' iſteſſo corpo S, il quale arco tramezza tra 'l luogo ideale C, e 'l luogo vero B. Fig. 3.

## COROLLARIO II.

29. S'intenda per O menata OP parallela ad AC. Sarà l'arco PC d' inſenſibile grandezza per riſpetto della periferia ZBE; onde ſenza ſenſibile errore ſi può prendere l'arco BC = BP. Ma BP miſura l'angolo BOP, e conſeguentemente il ſuo uguale ASO. Dunque anche BC è miſura dell' angolo ASO. Quindi è che relativamente al punto A l' angolo ASO ſi chiama pure la parallaſſe del corpo S nel tempo, in cui col ſuo centro ſi trova in S.

## COROLLARIO III.

30. Eſſendo ASO l' angolo, ſotto cui uno ſpettatore vedrebbe da S la grandezza del raggio terreſtre OA. Dunque la parallaſſe di qualſiſia corpo celeſte S relativamente a qualunque punto A della ſuperficie della terra, e nel tempo, in cui tale corpo è col ſuo centro in S, è uguale all' angolo, ſotto cui uno ſpettatore nel tempo iſteſſo vedrebbe la grandezza del raggio terreſtre OA dal centro del medeſimo corpo celeſte.

## COROLLARIO IV.

31. In oltre SO : OA = *ſen.* SAZ : *ſen.* ASO. Dunque ſe AO non ha grandez-

za

za ſenſibile per riſpetto di OS, anche *ſen.* ASO non ha grandezza ſenſibile per riſpetto di *ſen.* SAZ, e conſeguentemente la parallaſſe ASO diviene inſenſibile. Or è già noto eſſere AO di grandezza inſenſibile per riſpetto di OS, ſe S è una ſtella fiſſa. Sicchè le ſtelle fiſſe non hanno paralaſſe ſenſibile; e perciò ſi vedrebbero dalla ſuperficie della terra ne' luoghi veri di eſſe, ſe la luce nell'atmoſfera terreſtre non ſoffriſſe refrazione.

## COROLLARIO V.

32. Se poi il raggio terreſtre AO ha ragione ſenſibile alla diſtanza OS del corpo celeſte dal centro della terra; in tale caſo ha anche *ſen.* ASO ragione ſenſibile a *ſen.* SAZ, e conſeguentemente la paralaſſe ASO del corpo S è ſenſibile. Per la qual coſa hanno parallaſſi ſenſibili ſolamente que' corpi celeſti, alle diſtanze dal centro della terra de' quali il raggio terreſtre ha ragioni ſenſibili, e ragioni ſenſibili tali da poterne riſultare angoli di qualche ſenſibile miſura.

## AVVERTIMENTO I.

33. A ſuo luogo ſi vedrà che hanno paralleſſi ſenſibili ſolamente la Luna, il Sole, Mercurio, Venere, Marte, e le Comete; qualora però queſte, negl'immenſi giri di eſ-

ſe avvicinandoſi al Sole, giungono alle regioni de' tre detti ultimi pianeti. La paralleſſe intanto in ognuno de' detti corpi, non facendo mutare verticale (§ 19), non fa neppure mutare azzimutto; ma fa apparire le altezze minori, e le diſtanze dal zenit maggiori delle vere; e variando le altezze, varia anche le aſcenſioni rette, le declinazioni, le longitudini, e le latitudini. S'avverta però che dalla parallaſſe non riceve cambiamento alcuno nè l' aſcenſione retta, qualora il verticale, in cui s'oſſerva il corpo, è il meridiano, nè la longitudine, qualora il detto verticale è il cerchio di latitudine.

## AVVERTIMENTO II.

34. Si noti che potendoſi prendere l'arco ZC ſenza errore ſenſibile per ZP, ſi potrà anche ſenza errore ſenſibile prendere l'arco ZC per miſura dell'angolo ZOP, o del ſuo uguale ZAC. E perciò l'angolo ZAC dà relativamente al punto A la diſtanza ideale dal zenit del corpo S.

## TEOREMA I.

35. *Relativamente al raggio della terra OA, poſto* = 1, *ſi metta la diſtanza del corpo S dal centro dell' iſteſſa terra, o ſia SO* = *D; e ſi mettano relativamente al punto A la diſtan-*

*stanza ideale dal zenit del corpo S, cioè l'angolo ZAC = A, e la parallasse, o sia l'angolo* ASO = P. *Dico essere sen.* P = $\frac{1}{D}$ × *sen.* A.

## DIMOSTRAZIONE.

Imperciocchè

SO : OA = *sen.* ZAC : *sen.* ASO.

Dunque

D : 1 = *sen.* A : *sen.* P.

E perciò

*sen.* P = $\frac{1}{D}$ × *sen.* A.

Ch'è ciò, che bisognava dimostrare.

## COROLLARIO I.

36. Quindi, qualora la distanza D si conserva sensibilmente l'istessa, il che accade in ogni rivoluzione, il seno della parallasse varia a proporzione che varia il seno della distanza ideale dal zenit. Per la qual cosa se sarà A = 90°, vale a dire se sarà il corpo celeste all'orizzonte sensibile; perchè *sen.* A diventa il seno massimo, massimo è pure *sen.* P, e conseguentemente massima è la parallasse. Se poi sarà A = 0, vale a dire se il corpo S passerà pel zenit; perchè in tale caso si fa *sen.* A = 0, si fa pure

pure *ſen.* P = o, e la parallaſſe conſeguentemente ſi fa nulla.

## COROLLARIO II.

37. Sicchè in ogni rivoluzione diurna d'un corpo celeſte, che ha parallaſſe ſenſibile, la parallaſſe nell'orizzonte ſenſibile, che in ſeguito chiameremo ſempre *paralaſſe orizzontale*, è maſſima; e ſucceſſivamente ſi va diminuendo da mano in mano, che la diſtanza ideale dal zenit del corpo celeſte ſi va diminuendo; e non diviene nulla, ſe non nel caſo, che il corpo giugne al zenit.

## COROLLARIO III.

38. Eſſendo nel caſo della parallaſſe orizzontale l'angolo A = 90°; poſto il ſeno maſſimo = R, ſarà D: 1 = R : *paral. oriz.*. Dunque delle tre grandezze, cioè del diſtanza del centro del corpo celeſte dal centro della terra, del raggio terreſtre, e della paralleſſe orizzontale d'un corpo celeſte, datene due, ſi può ſempre determinare la terza.

## COROLLARIO IV.

39. Sieno di vantaggio la paralleſſe orizzontale di S = P, e la parallaſſe a qualunque altra diſtanza ideale A dal zenit = P. Eſſendo D: 1

$$D : 1 = R : \textit{sen.}\ P$$
$$D : 1 = \textit{sen.}\ A : \textit{sen.}\ p.$$

Sarà

$$R : \textit{sen.}\ A = \textit{sen.}\ P : \textit{sen.}\ p.$$

Onde

$$\textit{sen.}\ p = \frac{1}{R} \times \textit{sen.}\ A \times \textit{sen.}\ P ;$$

E perciò, date d' un corpo celeste la distanza ideale dal zenit, e la parallasse orizzontale, si ha con facilità la parallasse alla data distanza ideale dal zenit.

## COROLLARIO V.

40. Essendo di più, posta la parallasse d' un corpo celeste a qualunque distanza A ideale dal zenit $= P$, $\textit{sen.}\ P = \frac{1}{D} \times \textit{sen.}\ A$; saranno i seni delle parallassi in ragione composta dalla diretta di quella de' seni delle distanze ideali dal zenit, e dalla reciproca di quella delle distanze dal centro della terra. E perciò alle medesime distanze dal zenit l' istesso corpo, o corpi diversi, e a distanze diverse dal centro della terra sono i seni delle parallassi in ragione reciproca delle dette di-

stan-

ſtanze dal centro della terra. Per la qual coſa alle medeſime diſtanze dal zenit il corpo più vicino alla terra ha parallaſſe maggiore, e 'l corpo più lontano ha parallaſſe minore.

## AVVERTIMENTO.

41. A ſuo luogo ſi vedrà che la Luna è de' corpi celeſti quello, che ha parallaſſe più grande; e che la parallaſſe orizzontale, o ſia maſſima della Luna non eccede un grado. Onde il ſeno della parallaſſe maſſima della Luna, e molto più d' ogni altra parallaſſe ſi può ſenza ſenſibile errore prendere per la lunghezza dell' arco dinotante l' iſteſſa parallaſſe.

## COROLLARIO VI.

42. Quindi eſſendo nel caſo della parallaſſe orizzontale, poſta = P,

$$D : 1 = R : \mathit{sen.}\ P;$$

ed eſſendo il raggio di qualunque cerchio ridotto in gradi, e minuti $= 57^{\circ} . 17^{\prime} . 44^{\prime\prime} . 48^{\prime\prime\prime}$; ſarà

$$D : 1 = 57^{\circ} . 17^{\prime} . 44^{\prime\prime} : 48 : P.$$

Sicchè relativamente a ogni corpo celeſte, che ha parallaſſe ſenſibile, è

$$D = \frac{1}{P} ( 57^{\circ} \cdot 17^{\prime} \cdot 44^{\prime\prime} \cdot 48^{\prime\prime\prime} ),$$

e conſeguentemente

$$P =$$

$$P = \frac{1}{D} ( 37^{\circ}. \; 17^{I}. \; 44^{II}. \; 48^{III} ).$$

## COROLLARIO VII.

43. Finalmente essendo relativamente a ogni altra distanza ideale A dal zenit, posta la parallasse = Q,

$$D : 1 = sen. \; A : sen. \; Q.$$

Posti i gradi, e minuti, a' quali si può ridurre $sen. \; A = G$; sarà

$$D : 1 = G : Q$$

Sicchè è ogni altra parallasse $Q = \frac{1}{D} \times G$.

## CAP. IV.

*Della teorica della* Refrazione aſtronomica, *dove ſi ſviluppano più principj teoretici per coſtruire le tavole delle alterazioni, che ſoffrono le altezze de' corpi celeſti a cagione della refrazione della luce.*

### DEFINIZIONE.

44. Chiamiamo *refrazione aſtronomica* d'un corpo celeſte a qualunque ſua altezza la differenza del ſuo luogo ideale, ſe ha parallaſſe, o del ſuo luogo vero, ſe non ne ha, dal ſuo luogo apparente.

### COROLLARIO.

Fig. 3. 45. Quindi relativamente al punto A della ſuperficie della terra AF, e nel tempo, in cui il corpo celeſte S ſi trova col ſuo centro in S, la refrazione di S è l' arco DC del verticale di A, procedente pel centro dell'iſteſſo corpo S, il quale arco tramezza tra 'l luogo ideale C, e 'l luogo apparente D.

AV-

## AVVERTIMENTO I.

46. Sebbene la refrazione della luce non ſia ſtata ignota agli antichi : nondimeno non troviamo d' averne eſſi fatto uſo nell' Aſtronomia . Ticone fu il primo che incominciò a determinare le refrazioni aſtronomiche in modo da coſtruirne delle tavole : però tali determinazioni, fatte colle pure oſſervazioni, e ſenza il ſoccorſo di teorica, corriſpoſero alla poca delicatezza degli ſtrumenti ; la quale poca delicatezza degli ſtrumenti reſe anche inſenſibili tutte quelle refrazioni , che non giungono ad un minuto primo . Quindi non è meraviglia che Ticone ſia caduto e nell' errore di credere diverſe le refrazioni ad uguali altezze apparenti de' corpi diverſi, e nell' errore di credere non aver luogo la refrazione oltre il gr. 45$^{mo}$ relativamente al Sole , e oltre il gr. 20$^{mo}$ relativamente alle ſtelle fiſſe ; errori , ne' quali ſimilmente cadde il P. Ricciolo ; ſebbene le refrazioni determinate da eſſo ſieno ſtate al quanto diverſe dalle determinate dal detto Ticone .

## AVVERTIMENTO II.

47. Il famoſo Domenico Caſſini fu il primo a conoſcere che co'ſoli ſtrumenti non

era poſſibile poter determinare le refrazioni a tutte le altezze de' corpi celeſti, ma che conveniva aſſociarci ancora la teorica, e 'l calcolo. Con tal felice aſſociazione venne egli a capo di coſtruire le ſue tavole delle refrazioni, nelle quali, ſe non giunſe all' ultima finezza, vi ci ſi avvicinò aſſai. Non giunſe intanto all' ultima finezza, perchè nella teorica ſuppoſe la luce, refratta nella prima ſuperficie refrattiva dell' atmosfera, procedere fino alla terra in linea retta, e non in linea curva; e con ciò laſciò agli altri il campo di poter raffinare le ſue tavole delle refrazioni aſtronomiche, con conſiderare la luce procedere nell' atmosfera in linea curva, come realmente procede. Or noi, per niente tralaſciare circa tale importante ſoggetto, ſviluppperemo i principj teoretici, che conducono alla coſtruzione delle dette tavole, in queſto capo con ſupporre la luce procedere nell' atmosfera in linea retta, e ne' due capi ſeguenti con ſupporla procedere in linea curva.

## TEOREMA II.

Fig. 6. 48. *Contraſſegnino AT la terra, A il luogo d' un oſſervatore, Z il zenit di tale luogo, IGB la ſuperficie refringente dell' atmosfera, P un corpo celeſte a qualunque diſtanza apparen-*

*te*

*te dal zenit, e PB il raggio incidente, che, refratto in B, giugne in A per la direzione della retta BA. Dico che, prolungato il raggio incidente PB in E, la misura dell' angolo EBA della refrazione si può senza errore sensibile prendere come uguale alla refrazione astronomica, che compete al corpo P alla distanza apparente dal zenit ZAB.*

## DIMOSTRAZIONE.

S' intenda essere ZNC il verticale di A, che procede pel centro di P; s' intenda tirata AP; e s' intendano prolungate AP in C, e AB in D. Darà DC, e conseguentemente l' angolo DAC la refrazione astronomica del corpo P alla distanza apparente ZAB dal zenit. Or per la picciola altezza, che ha la superficie refringente IGB dell' atmosfera dalla superficie della terra in paragone della distanza dalla medesima superficie della terra, che ha ogni corpo celeste, si può nel triangolo ABP senza errore sensibile prendere l' angolo APB come insensibile per rispetto di BAP. Dunque la misura dell' angolo EBA della refrazione si può senza errore sensibile prendere come uguale alla misura dell' angolo BAP, e conseguentemente come uguale alla refrazione astronomica CD del corpo P alla distanza apparente ZAB dal zenit.

Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

## COROLLARIO I.

49. S' intenda per B tirato l' asse della refrazione OH; sarà OBA l' angolo refratto. Or OB: OA = *sen.* ZAB: *sen.* ABO. Sicchè varia il seno dell' angolo refratto a proporzione che varia il seno della distanza apparente ZAB dal zenit. E perciò l' angolo refratto è massimo, quando la detta distanza dal zenit è di gr. 90; si rende poi minore, e minore del massimo, come si va rendendo minore, e minore la detta distanza dal zenit; e non si fa nullo, se non quando si fa nulla la distanza dal zenit; vale a dire, se non quando il corpo celeste apparisce nel zenit.

## COROLLARIO II.

50. Avendo in oltre il seno dell' angolo refratto al seno dell' angolo d' inclinazione una ragione costante; anche l' angolo d'inclinazione sarà massimo, quando la distanza apparente del corpo celeste dal zenit sarà di gr. 90; si farà poi minore, e minore del massimo, come si farà minore, e minore la detta distanza dal zenit; e non diverrà nullo, se non quando si farà nulla l' istessa detta distanza dal zenit.

## COROLLARIO III.

51. Essendo finalmente l' angolo della refra-

frazione tanto più picciolo, quanto più picciolo si rende l' angolo d' inclinazione [ § 5 ] . Dunque l' angolo della refrazione, e conseguentemente la refrazione astronomica di qualunque corpo celeste è massima, se la distanza apparente dal zenit del corpo celeste è di gr. 90 ; si rende poi minore, e minore della massima, come si va rendendo minore, e minore la detta distanza dal zenit; e finalmente non diventa nulla, se non si fa nulla la medesima detta distanza dal zenit.

## PROBL. III.

52. *Data relativamente al raggio terrestre, OA l' altezza AI della superficie refringente IGB dell' atmosfera sulla superficie della terra, e data la ragione costante, che deve avere il seno dell' angolo d' inclinazione al seno dell' angolo refratto per rispetto della luce, che passa obliquamente dallo spazio libero nell' atmosfera terrestre ; determinare la refrazione astronomica di qualsisia corpo celeste P a qualunque distanza apparente ZAB dal zenit.*

### SOLUZIONE.

1. Essendo data AI per rispetto di OA, sarà data per rispetto di OA anche OI , o sia OB ; onde data è pure la ragione di OB : OA. Ma OB : OA = *sen.* ZAB :

*ſen.* ABO . Dunque ſe in ordine ad OB , OA , e al ſeno della diſtanza apparente ZAB dal zenit del corpo celeſte ſi cerca il quarto proporzionale ; tale quarto proporzionale dà il ſeno dell'angolo refratto ABO ; in conſeguenza del quale ſeno ſi determina l'angolo ABO.

2. Eſſendo in oltre data la ragione del ſeno dell'angolo refratto al ſeno dell'angolo d'inclinazione relativamente agli raggi di luce, che procedono dallo ſpazio libero nell' atmosfera terreſtre ; ſe ſi trova in ordine agli due termini di tale ragione, e al ſeno dell'angolo ABO refratto il quarto proporzionale ; tale altro quarto proporzionale darà il ſeno dell'angolo d'inclinazione PBH, o ſia EBO; in conſeguenza del quale ſeno s' avrà l'angolo EBO.

3. Finalmente ſe dall'angolo EBO, già determinato, ſi toglie l'altro ABO pure determinato, il reſiduo dà l'angolo EBA della refrazione , e conſeguentemente la refrazione aſtronomica cercata.

Ch'è ciò , che biſognava determinare.

## COROLLARIO.

53. Per determinare adunque del modo eſpoſto le refrazioni aſtronomiche, fa meſtieri determinare prima relativamente al raggio della terra l'altezza, che ha ſulla ſuperficie terreſtre la prima ſuperficie refringente dell'

dell' atmosfera, e poscia la ragione del seno dell' angolo refratto al seno dell' angolo d' inclinazione de' raggi di luce, che passano obbliquamente dallo spazio libero nell'atmosfera terrestre.

## AVVERTIMENTO I.

54. Conoscendo il lodato Cassini di non poter ottenere le due dette determinazioni co' metodi diretti, cercò di ottenerle co' metodi indiretti a questo modo. I°. Determinò, secondo s' insegnerà a suo luogo, con pure osservazioni e la refrazione orizzontale d'una stella, cioè quella, che le compete, qualora la sua distanza apparente dal zenit è l'angolo retto ZAB, e la refrazione, che le compete, qualora la sua distanza apparente dal zenit è l'angolo ZAG di gr. 80; e trovò la prima di $32^{1}.\ 20^{11}$, e la seconda di $5^{1}.28^{11}$. II°. Suppose AI di certa misura, ad arbitrio stabilita, e relativamente a tale misura determinò gli angoli refratti ABO, AGO; e di più con aggiugnere all' angolo ABO, già determinato, la refrazione di $32^{1}.20^{11}$, determinò l' angolo d' inclinazione OBE. III°. In ordine al seno dell' angolo refratto OBA, al seno dell' angolo d'inclinazione OBE, e al seno dell' angolo refratto OGA, calcolati tali angoli relativamente ad AI della misura stabilita, determinò il seno dell' angolo d'inclinazione OGF, e in conseguen-

za di tale seno determinò l' angolo OGF ; dal quale angolo OGF, toltane la sua parte OGA, ne risultò l'angolo della refrazione AGF . Non risultando intanto l' angolo AGF di $5^{I}$. $28^{II}$, andò prendendo AI d'altra misura , e andò ripetendo i medesimi calcoli ; e tanto andò variando la misura di AI , finchè ne risultò l' angolo AGF di $5^{I}$. $28^{II}$ . Or ciò accadde , quando , essendo il raggio terrestre di tese 3273600, prese AI di tese 2000. Ecco in che modo il Cassini determinò AI di tese 2000. IV°. Determinata intanto AI di tese 2000 relativamente al raggio OA di tese 3273600 , determinò l' angolo refratto ABO di 87°. $59^{I}$. $50^{II}$; e, con aggiugnere a tale angolo la refrazione di $32^{I}$. $20^{II}$, determinò anche l' angolo d' inclinazione OBE di 88°. $32^{I}$. $10^{II}$. V°. Finalmente con determinare la ragione de' seni de' due angoli di 87°. $59^{I}$. $50^{II}$ , e di 88°. $32^{I}$. $10^{II}$ , determinò la ragione del seno dell'angolo refratto al seno dell' angolo d' inclinazione de' raggi di luce, che passano obbliquamente dallo spazio libero nell' atmosfera terrestre . Ed ecco in che altro modo determinò sì fatta ragione.

## AVVERTIMENTO II.

55. Coll'ajuto di sì fatte determinazioni calcolo il detto Cassini le tavole delle refra-

refrazioni a tutt'i gradi di distanza dal zenit, incominciando dal grado 1, e terminando nel gr. 90. Non deve però recar meraviglia, se non si sia trovata tale tavola esattamente concorde colle osservazioni, essendosi supposto nella costruzione di essa la luce procedere nell'atmosfera in linea retta, ed essere l'altezza AI di costante misura; le quali cose non sono in rigore vere. E'da sapere intanto che Cassini figlio rettificò alquanto sì fatta tavola, e la rese più concorde colle osservazioni, con supporre la luce procedere nell'atmosfera in arco circolare, di cui sieno tangenti il raggio incidente in un estremo, e'l raggio refratto in giugnere all'occhio nell'altro estremo; e che dimostrò nel tempo istesso poca differenza risultare nelle refrazioni, se si suppone la detta curva non essere arco circolare, ma parabolico. Maggiore rettificazione hanno ricevute in seguito le refrazioni astronomiche, e di tale rettificazione ne svilupperemo i principj teoretici nel seguente capo.

## AVVERTIMENTO III.

56. Prima di procedere innanzi sta bene d'avvertire 1°. che a un raggio incidente di luce, o proceda da distanza maggiore, o da distanza minore, li corrisponde sempre l'istesso raggio refratto, e che conseguentemente a una distanza apparente dal zenit

d'un corpo celeſte li corriſponde ſempre l'iſteſſa refrazione, o che il corpo ſia più vicino alla terra, o più remoto; 2°. che la refrazione d'un corpo celeſte è ſempre grandezza picciola per riſpetto della diſtanza apparente del medeſimo corpo dal zenit. Poſto ciò, venghiamo ora al ſeguente

## CAP. V.

*In cui ſi ſviluppano altri principj teoretici relativamente alle refrazioni aſtronomiche, ſuppoſta la luce procedere nell'atmosfera terreſtre in linea curva.*

### DEFINIZIONE.

57. Chiamiamo *forza refringente* quella, che fa che la luce in paſſare da un mezzo in un altro di diverſa denſità ſi refranga.

### COROLLARIO I.

58. Refrangendoſi la luce in paſſare da un mezzo in un altro di diverſa denſità, qualora vi cade obbliquamente ſulla ſuperficie refringente, e non già quando vi cade per-

perpendicolarmente. Dunque la forza refringente fa azione ſulla luce ſecondo la direzione dell'aſſe della refrazione, cioè per direzione perpendicolare alla ſuperficie refringente, e non per direzione obbliqua.

## AVVERTIMENTO I.

59. Contraſſegnino AQ la ſuperficie della terra, O il ſuo centro, EM la prima ſuperficie refringente dell'atmosfera, ed EDA la curva, che deſcrive nell'atmosfera il raggio di luce coll'andarſi ſucceſſivamente refrangendo da E fino ad A, e raggio procedente per la retta SE prima della refrazione dal corpo celeſte S. S'intenda l' atmosfera da EM fino a QA diviſa in infiniti ſtrati ſferici, di groſſezza infinitamente picciola ognuno. Si potrà ſenza ſenſibile errore conſiderare il raggio refratto moſſo in ciaſcuno di sì fatti ſtrati come in un mezzo uniforme. Onde, ſuppoſto eſſere DN, CR, BT le ſuperficie ſferiche, che ſeparano tali ſtrati l'uno dall' altro, le parti ED, DC, CB, BA della detta curva ſi poſſono prendere per le lineette rette, dalle quali ſi può conſiderare compoſta sì fatta curva; e 'l raggio refratto ſi può conſiderare come obbligato dalla forza refringente a mutare direzione ſucceſſivamente ne' punti E, D, C, B. Fig. 7

CO-

## COROLLARIO II.

60. S'è già dimoſtrato che la forza re-refringente fa ſempre azione ſulle parti della luce ſecondo la direzione dell' aſſe della refrazione. Dunque, eſſendo le rette OE, OD, OC, OB gli aſſi delle refrazioni ne' punti E, D, C, B, l' azione della forza refringente ſu d'un raggio di luce, che procede refrangendoſi nell' atmosfera terreſtre, è ſempre diretta al centro della terra.

## COROLLARIO III.

61. In oltre è dimoſtrato nella dottrina delle forze centrali che, ſe in un corpo, che deſcrive una curva, la forza, che replica in ogni momento la ſua azione, ve la replica ſempre per direzione tendente a un' iſteſſo centro, le velocità di tale corpo ne' diverſi punti della curva ſono tra eſſe in ragione reciproca delle perpendicolari calate dal detto centro ſulle tangenti della curva ne'medeſimi punti. E perciò la velocità della luce in E, colla quale incomincia a deſcrivere la curva EDCBA, ſta a quella, colla quale giugne all' occhio dello ſpettatore in A, come la perpendicolare calata da O ſulla tangente della detta curva in A, alla perpendicolare calata dall' iſteſſo punto O ſulla tangente della medeſima curva in E.

AV-

## AVVERTIMENTO II.

62. Si noti che della curva ABCDE, ſiccome la tangente in A è l'elemento AB prolungato, così la tangente in E è il raggio incidente SE prolungato; perchè andando l'atmosfera dalla ſuperficie della terra fino al ſuo eſtremo ſuperiore ſempre diminuendoſi in denſità, deve la refrazione della luce incominciare in eſſa inſenſibilmente, e andare per gradi infinitamente piccioli creſcendo fino alla ſuperficie della terra. E perciò deve il raggio incidente iſteſſo eſſer tangente della curva, che deſcrive il ſuo refratto, nel principio dell'iſteſſa curva.

## COROLLARIO IV.

63. S'intendano prolungati AB in P, SE in F, ED in G, DC in H, e CB in I; ſarà l'angolo PFE = FEG + FGE, FGE = GDH + GHD, GHD = HCB + HBC = HCB + IBA. Dunque l'angolo PFE = FED + GDC + HCB + IBA, cioè uguale alla ſomma di tutti gli angoli delle refrazioni, che ſoffre il raggio della luce in deſcrivere nell'atmosfera la curva EDA. E perciò l'angolo PFE, che formano le rette tangenti la detta curva negli ſuoi eſtremi, uguaglia la refra-

refrazione aſtronomica del corpo celeſte S, guardato da A.

## COROLLARIO V.

64. S'intendano prolungati il raggio terreſtre OA in Z, e 'l raggio incidente SE della luce in K. Saranno Z il zenit di A, ZAP la diſtanza apparente dal zenit del corpo S, guardato da A, e KFA uguale alla refrazione aſtronomica del medeſimo corpo relativamente all'iſteſſa detta diſtanza apparente dal zenit. Or la refrazione, come coſta dalle determinate dal Caſſini colle pure oſſervazioni, è ſempre aſſai picciola per riſpetto della diſtanza apparente dell'oggetto dal zenit. Dunque l'angolo KFA è ſempre aſſai picciolo per riſpetto di KAF, e conſeguentemente KA aſſai picciola per riſpetto del raggio terreſtre. Quindi, tirata per A la retta AV parallela a KS, ſi può ſenza ſenſibile errore prendere V pel luogo ideale del corpo S, e conſeguentemente l'angolo ZAV, o 'l ſuo uguale ZKS per la diſtanza ideale dal zenit del corpo S.

## COROLLARIO VI.

65. Eſſendo in oltre la refrazione maſſima poco più di mezzo grado, come coſta dalle determinazioni del Caſſini; le due tangenti EK, PA anche nel caſo della refra-

frazione maſſima procedono verſo la terra con picciola divergenza tra di eſſe. E perciò le perpendicolari OX, OY, calate ſu tali tangenti dal centro O della terra, debbono avere una differenza picciola per riſpetto della grandezza di eſſe.

## COROLLARIO VII.

*66.* Si metta OX : OY = 1 : 1 + *b*, e ſi mettano il raggio terreſtre OA = 1, e l'altezza della prima ſuperficie refringente EM ſulla ſuperficie della terra = *e*; ſarà OE = 1 + *e*. Sicchè, eſſendo, poſto il ſeno maſſimo = 1, *ſen.*OAX : *ſen.*OEY = $\frac{OX}{OA} : \frac{OY}{OE}$; ſarà *ſen.*OAX : *ſen.* OEY = $1 : \frac{1+b}{1+e}$; e, poſti $\frac{1+b}{1+e} = m$, e l'angolo OAX = *a*, ſarà 1 : *m* = ſen. *a* : *ſen.* OEY. Per la qual coſa ſarà *ſen.* OEY = *m* × ſen. *a*.

## COROLLARIO VIII.

*67.* Di vantaggio eſſendo picciola la differenza di OX, OY per riſpetto di OX, e picciola anche la differenza di OA, OE per riſpetto di OA; ſarà anche picciola la dif-

differenza di $\frac{1+b}{1+e}$, o sia di $m$ dall' unità. E perciò, essendo *sen.* OEY $= m \times$ sen. $a$, avrà il seno dell'angolo d' inclinazione OEY picciola differenza dal seno della distanza apparente dal zenit, o sia dell' angolo OAX, ovvero ZAP.

## COROLLARIO IX.

68. Si mettano di più l'angolo AOE $= a$, e l'angolo AFK, o sia la refrazione astronomica $= r$. Essendo all' angolo ZKE uguale sì la somma degli due KEO, KOE, che la somma degli altri due KAF, KFA; sarà la somma degli angoli KEO, KOE uguale alla somma degli angoli KAF, KFA. E perciò KEO $+ x = a + r$; onde KEO $= a - (x - r)$, e conseguentemente *sen.* KEO $=$ sen. $(a - (x - r))$, ovvero $m \times$ sen. $a =$ sen. $(a - (x - r))$. Per la qual cosa, differendo $m$ di poco dall' unità, sarà $x - r$ grandezza picciola per rispetto di $a$, o sia dell' angolo PAZ, distanza apparente dal zenit del corpo celeste.

## COROLLARIO X.

69. Si metta finalmente $x : r = n + 1 : 1$; sa-

$x$; ſarà $x = n\,x + r$, e $x - r = nr$. Sicchè la formola $m \times$ ſen. $a$ = ſen. $(a - (x - r))$ ſi riduce alla ſeguente $m \times$ ſen. $a$ = ſen. $(a - nr)$; nella quale formola è $nr$ grandezza picciola per riſpetto di $a$.

## AVVERTIMENTO III.

70. Prima di procedere innanzi ſta bene avvertire che all' iſteſſa diſtanza apparente ZAP dal zenit del corpo celeſte può corriſpondere varia refrazione aſtronomica KFA, ſecondochè ſi varia la ragione delle perpendicolari calate da O ſulle tangenti EY, AX, e conſeguentemente ſecondochè ſi varia la ragione delle velocità della luce ne' punti A, ed E. Or tale ragione non può variarſi a cagione della velocità della luce in E, ch'è ſempre coſtante; perchè ſempre la luce incomincia a refrangerſi da quel ſito dell' atmoſfera, dove incontra quel determinato grado di denſità d'aria, che incomincia a piegarla. Sicchè ſi varia per la variabilità della velocità della luce in A, a cagione della variabilità della denſità dell' aria nel medeſimo luogo. Per la qual coſa la refrazione aſtronomica alla medeſima diſtanza apparente dal zenit è ſoggetta a qualche alterazione, ſebbene picciola, a cagione dell' alterazione dell' atmoſfera nel luogo dell'

dell'osservazione. Premesse tali cose, venghiamo al

## PROBL. IV.

71. *Ricavare dalla formola* $m \times \text{sen. } a = \text{sen. } (a - nr)$ *quelle, per le quali si determinano a un di presso i valori di* $m$, *e* $n$.

### SOLUZIONE.

Essendo

$$m \times \text{sen. } a = \text{sen. } (a - nr),$$

e

$$\text{sen. } (a - nr) = \text{sen. } a \times \text{cos. } nr - \text{sen. } nr \times \text{cos. } a;$$

sarà

$$m \times \text{sen. } a = \text{sen. } a \times \text{cos. } nr - \text{sen. } nr \times \text{cos. } a.$$

Onde

$$m = \text{cos. } nr - \text{sen. } nr \times \frac{\text{cos. } a}{\text{sen. } a},$$

ovvero

$$m = \text{cos. } nr - \text{sen. } nr \times \text{cotan. } a.$$

Contrassegnendo $nr$ un arco piccolo, si può senza sensibile errore mettere $nr$ in vece di sen. $nr$; e conseguentemente, essendo cos. $nr = \sqrt{1 - (\text{sen. } nr)^2}$, sarà a un di pres-

so

ſo cos. $nr = \sqrt{1 - n^2 r^2} = 1 - \frac{1}{2} n^2 r^2$. Sicchè l'equazione $m =$ cos. $nr -$ ſen. $nr \times$ cotan. $a$ ſi può trasformare nella ſeguente

$$m = 1 - \tfrac{1}{2} n^2 r^2 - nr \times \text{cotan. } a.$$

Si ſupponga un'altra diſtanza apparente dal zenit del corpo celeſte $= A$, e la refrazione aſtronomica corriſpondente $= R$; s'avrà

$$m = 1 - \tfrac{1}{2} n^2 R^2 - n R \times \textit{cotan.} A.$$

Sicchè

$$\tfrac{1}{2} n^2 R^2 + n R \times \textit{cotan.} A = \tfrac{1}{2} n^2 r^2 + nr \times \text{cotan. } a;$$

e perciò

$$n R^2 - nr^2 = 2r \times \textit{cotan.} a - 2 R \times \textit{cotan.} A,$$

ed

$$n = \frac{2r \times \text{cotan. } a - 2 R \times \text{cotan. } A}{R^2 - r^2}.$$

Per la qual coſa le due formole cercate ſono

$$n = \frac{2r \times \text{cotan. } a - 2 R \times \textit{cotan.} A}{R^2 - r^2},$$

$$m = 1 - \tfrac{1}{2} n^2 R^2 - n R \times \textit{cotan.} A.$$

Ch'è ciò, che biſognava determinare.

## COROLLARIO I.

72. Si ſupponga la diſtanza apparente $A$ dal zenit di gr. 90, e conſeguentemente $R$ eſſere la refrazione orizzontale, o ſia la refrazione maſſima. Perchè in tal caſo è co-

*tan.* $A = o$, saranno pure in tal caso

$$n = \frac{2r \times \text{cotan. } a}{R^2 - r^2}$$

$$m = 1 - \tfrac{1}{2} n^2 R^2 = \text{cos. } n R.$$

## AVVERTIMENTO I.

73. Si noti che il famoso Simpson colle pure osservazioni del modo, che a suo luogo s' insegnerà, ha determinato essere la refrazione orizzontale di $33^{1}$, e la refrazione a gr. 60 dal zenit di $1^{1}. 30^{11} \tfrac{1}{2}$.

## COROLLARIO II.

74. Sicchè secondo Simpson sono $R = 33^{1}$, $r = 1^{1}. 30^{11} \tfrac{1}{2}$, e $a = 60^{o}$. Riducendo tali refrazioni in minuti secondi, e sì fatti minuti secondi in parti della periferia, supposto il raggio $= 1$, saranno a un di presso $r = o. 000438$, e $R = o. 009599$; e conseguentemente $2r = o. 000876$, e $R^2 - r^2 = o. 000091948957$. E' di più cotan. $a = o. 5773503$. Dunque $2r \times$ cotan. $a = o. 000505758828$. Per la qual cosa secondo Simpson è $n = \frac{2r \times \text{cotan. } a}{R^2 - r^2} = 5.5 = 5\ \tfrac{5}{6}$, e conseguentemente $m = \text{cos. } n R = \textit{cos.}\ (3^{o}. 1^{1}. 30^{11}) = o. 99861$.

AV-

## AVVERTIMENTO II.

75. Si noti pure che ſecondo le determinazioni del celebre Bradley ſono $R = 33^{1}$, $r = 1'.38^{11}\frac{2}{3}$, e $a = 60°$; ſecondo le determinazioni del Caſſini ſono $R = 32^{1}.20^{11}$, $r = 5^{1}.24^{11}$, e $a = 80°$; e ſecondo le determinazioni del famoſo Bouguer, fatte ſotto la zona torrida a livello del mare, ſono $R = 27^{1}$, $r = 5^{1}.30^{11}$, e $a = 83°$.

## COROLLARIO III.

76. Dunque ſono ſecondo Bradley $n = 6$, e $m = cof.(3°.18^{1}) = 0.99834$; ſecondo Caſſini $n = 6.452$, e $m = cof.(3°.28^{1}.37^{11}) = 0.99815$; e ſecondo Bouguer $n = 6.524$, e $m = cof.(2°.56^{1}.8^{11}) = 0.99866$.

## AVVERTIMENTO III.

77. Non facciamo uſo delle refrazioni determinate dal celebre de la Caille; perchè le refrazioni determinate da sì inſigne Aſtronomo ſono riuſcite, per qualche leggiero difetto dello ſtrumento adoperato, alquanto maggiori delle vere, e conſeguentemente non atte a dimoſtrarci ne' valori di $m$, e $n$ un conſenſo co' valori già determinati.

## COROLLARIO IV.

78. Eſſendo finalmente $x : r = n + 1 : 1$; ſarà ſecondo Simpſon $x = 6\frac{1}{2}\, r$, cioè $x = 3^{\circ}.34^{\prime}.30^{\prime\prime}$ nel caſo della refrazione orizzontale, e $x = 9^{\prime}.48^{\prime\prime}\frac{1}{4}$ nel caſo della refrazione alla diſtanza dal zenit di gr. 60. Secondo Bradley ſarà $x = 7r$, cioè $x = 3^{\circ}.51^{\prime}$ nel caſo della refrazione orizzontale, e $x = 11^{\prime}.28^{\prime\prime}\frac{4}{5}$ nel caſo della refrazione alla diſtanza dal zenit di gr. 60. Secondo Caſſini ſarà $x = 7.452 \times r$, cioè $x = 4^{\circ}.0^{\prime}.56^{\prime\prime}$ nel caſo della refrazione orizzontale, e $x = 40^{\prime}.14^{\prime\prime}$ nel caſo della refrazione alla diſtanza dal zenit di gr. 80. E finalmente ſecondo Bouguer ſarà ſotto l' equatore a livello del mare $x = [7.524]\, r$, cioè $x = 3^{\circ}.23^{\prime}.8^{\prime\prime}$ nel caſo della refrazione orizzontale, e $x = 41^{\prime}.22^{\prime\prime}$ nel caſo della refrazione alla diſtanza dal zenit di gr. 83.

## TEOREMA III.

79. *Le refrazioni aſtronomiche a diſtanze apparenti dal zenit, ſuppoſta ſecondo Bradley* $n = 6$, *ſono tra eſſe nella ragione delle tangenti delle iſteſſe dette diſtanze, diminuite del triplo delle medeſime refrazioni.*

DI-

## DIMOSTRAZIONE.

Contraſſegnino A, e *a* due diſtanze apparenti qualunque dal zenit d' un corpo celeſte, ed R, e *r* le refrazioni aſtronomiche corriſpondenti; e ſieno di più *m*, e *n* de' valori già determinati; ſaranno pel § 69

$$1 : m = \text{sen. } a : \text{sen. } (a - nr),$$
$$1 : m = \text{sen. } A : \text{sen. } (A - nR),$$

Or eſſendo

$$1 : m = \text{sen. } a : \text{sen. } (a - nr);$$

ſarà

$1+m : 1-m =$ sen. $a +$ sen. $(a - nr)$: sen. $a -$ sen. $(a - nr)$. Ma la ſomma de' ſeni di due angoli ſta alla differenza de' medeſimi ſeni, come la tangente della metà della ſomma di tali angoli alla tangente della metà della differenza degli ſteſſi angoli. Dunque sen. $a +$ sen. $(a - nr)$: sen. $a -$ sen. $(a - nr) =$ tang. $(a - \frac{1}{2} nr)$ : tang. $\frac{1}{2} nr$.

E perciò

$1+m : 1-m =$ tang. $(a - \frac{1}{2} nr)$ : tang. $\frac{1}{2} nr$.

Similmente sarà

$1+m : 1-m = tang.\ (A - \frac{1}{2} n R) : tang.\ \frac{1}{2} nR$.

Onde

tang. $\frac{1}{2} nR$ : tang. $\frac{1}{2} nr$ = tang. $(A - \frac{1}{2} n R)$ : tang. $(a - \frac{1}{2} nr)$,

ovvero

*tang.* $3R$ : tang. $3r$ = *tang.* $(A - 3R)$ : tang. $[a - 3r]$; e potendosi il triplo di qualunque refrazione astronomica, anche che sia l'orizzontale, prendere senza errore sensibile per la sua tangente, sarà

$3R : 3r$ = *tang.* $(A - 3R)$ : tang. $(a - 3r)$.

e conseguentemente

$R : r$ = *tang.* $(A - 3R)$ : tang. $(a - 3r)$.

Ch'è ciò, che bisognava dimostrare.

## COROLLARIO.

80. Potendosi relativamente alle altezze, nelle quali le refrazioni astronomiche non giungono a un minuto primo, e conseguentemente sono assai picciole per rispetto delle di-

distanze apparenti del corpo celeste dal zenit, prendere senza errore sensibile *tang.* ( A — 3R ): *tang.* ( *a* — 3*r* ) = *tang.* A : tang. *a*; si potrà anche relativamente alle medesime altezze prendere R : *r* = *tang.* A : tang. *a*. Sicchè relativamente alle dette altezze si possono senza errore sensibile prendere le refrazioni astronomiche proporzionali alle tangenti delle semplici distanze apparenti del corpo celeste dal zenit.

## AVVERTIMENTO I.

81. Sebbene, determinata a una distanza apparente qualunque A dal zenit la refrazione astronomica R, non si possa in vigore del teorema già dimostrato immediatamente determinare la refrazione astronomica a qualunque altra distanza apparente *a* dal zenit : si può però farne la determinazione con false posizioni a questo modo. Si supponga ad arbitrio la refrazione alla distanza apparente *a* dal zenit essere = *r*, e si cerchi in ordine a *tang.* [ A — 3R ], a tang. ( *a* — 3*r* ], e ad R il quarto proporzionale; se il quarto proporzionale dà *r*, la supposta refrazione *r* è allora la refrazione cercata; altrimenti si muti suppositione, e si ripeta l'istesso calcolo; e tante volte ciò si faccia, finchè s'abbia per quarto proporzionale la refrazione da determinare. Ecco in che mo-

do ſi poſſono calcolare le refrazioni aſtronomiche corriſpondenti a tutte le diſtanze apparenti dal zenit in vigore de' principj teoretici già eſpoſti.

## AVVERTIMENTO II.

82. Si noti che la fatica della detta calcolazione ſi riſparmia non poco in che s' è giunto a calcolare a una diſtanza A dal zenit la ſua refrazione corriſpondente R che non giunga a $r^1$; perchè a tutte le altre diſtanze apparenti *a* dal zenit, minori di A ſi può calcolare la refrazione corriſpondente, con determinare in ordine a *tang.* A, a tang. *a*, e ad R il quarto proporzionale [ § 80 ].

## AVVERTIMENTO III.

83. Da quanto s'è eſpoſto fin qui ſi rileva che, per calcolare la tavola delle refrazioni aſtronomiche a tenore de' principj teoretici già ſtabiliti, altro non vi biſogna, ſe non di accuratamente determinare colle pure oſſervazioni due refrazioni aſtronomiche corriſpondenti a due diſtanze apparenti qualunque dal zenit. Imperciocchè da tali refrazioni ſi rilevano i valori di *m*, e *n*, e ſi rilevano con facilità, qualora una delle dette refrazioni è l' orizzontale; e col valore di *n* ſi limita la proporzione R : *r* = *tang.*

$= tang.\ (A - \frac{1}{2} n R) : tang.\ (a - \frac{1}{2} n r)$, coll'ajuto della quale si procede del modo già detto alla detta calcolazione, avvalendosi anche, dove la picciolezza della refrazione il permette, dell'altra proporzione $R : r = tang.\ A : tang.\ a$.

## AVVERTIMENTO IV.

84. Si noti finalmente che gli esposti principj teoretici ci menano ad altre determinazioni, che ci piace qui soggiugnere. Perciò sia il

## PROBL. V.

85. *Sia quanto s' è antecedentemente supposto; determinare a un di presso il valore di b.*

### SOLUZIONE.

S'intenda congiunta la retta OF, e si metta l'angolo $AOF = y$; saranno l'angolo $AFO = ZAF - AOF = a - y$, e l'angolo $OFK = AFO + AFK = a - y + r$. Or essendo $OX : OY = sen.\ AFO : sen.\ OFK$, sarà

$1 : 1+b = sen.\ (a - y) : sen.\ (a - y + r)$.

On-

Onde

$$(1+b)(\text{sen.}[a-y]) =$$
$$\text{sen.}(a-y+r) = \text{sen.}(a-y)\ \text{cos.}\ r + \text{sen.}\ r \times \text{cos.}(a-y);$$

e perciò

$$1+b = \text{cos.}\ r + \text{sen.}\ r \times \frac{\text{cos.}\ a-y}{\text{sen.}\ a-y},$$

ovvero

$$1+b = \text{cos.}\ r + \text{sen.}\ r \times \text{cotan.}\ (a-y).$$

Ma essendo $r$, e $y$ grandezze picciole, massimamente quando $a$ non s' avvicina molto agli gr. 90, si potrà senza errore considerevole prendere cos. $r = 1$, sen. $r = r$; e cotan. $a-y =$ cotan. $a$. E perciò sarà a un di presso

$$1+b = 1+r \times \text{cotan.}\ a,$$

e conseguentemente

$$b = r \times \text{cotan.}\ a$$

Ch' è ciò, che bisognava determinare.

CO-

## COROLLARIO I.

86. Eſſendo ſecondo Simpſon $a = 60°$, e $r = 1^{1}.\ 30^{11}\ \frac{1}{2}$, e conſeguentemente $r = 0.\ 000438$, ridotta in parti del raggio; ſarà ſecondo Simpſon

$b = r \times$ cotan. $a = 0.\ 0002528$.

Similmente eſſendo ſecondo Bradley pure $a = 60°$, e $r = 1^{1}.\ 38^{11}\ \frac{2}{5}$, e conſeguentemente $r = 0.\ 000476$, ridotta anche in parti del raggio; ſarà ſecondo Bradley

$b = r \times$ cotan. $a = 0.\ 0002748$.

Eſſendo poi ſecondo Caſſini $a = 80°$, e $r = 5^{1}.\ 24^{11}$, e conſeguentemente $r = 0.\ 001568$; ſarà ſecondo Caſſini

$b = r \times$ cotan. $a = 0.\ 0002764$.

E finalmente eſſendo ſecondo Bouguer ſotto la zona torrida a livello del mare $a = 83°$, e $r = 5^{1}.\ 30^{11}$, e conſeguentemente $r = 0.\ 001597$; ſarà ſecondo Bouguer

$b = r \times$ cotan. $a = 0.\ 0001960$.

## COROLLARIO II.

87. Quindi, eſſendo la velocità della luce in E alla velocità, colla quale giugne in A, come $1 : 1 + b$; ſarà la ragione di tali velocità ſecondo

Sim-

| | |
|---|---|
| Simpſon, Bradley | 1 : 1 . 0002528 |
| Caſſini | 1 : 1 . 0002748 |
| Bouguer | 1 : 1 . 0002764 |
| | 1 : 1 . 0001960; |

le quali ragioni, da quella di Bouguer in fuori, che riſulta da refrazioni determinate nella zona torrida alquanto minori delle determinate in Europa, di aſſai poco differiſcono da quella di 1 : 1 . 000264, cioè dalla ragione, che l'Hauksbèe trovò paſſare tra la velocità della luce nel vuoto, e quella, che ha nell'aria.

## COROLLARIO III.

88. Eſſendoſi in oltre trovata $m = 1 - \frac{1}{2} n^2 r^2 - nr \times$ cotan. $a$; tale formola, per la picciolezza di $r$, maſſimamente quando $a$ s'allontana dagli gr. 90, ſi può ſenza errore ſenſibile prendere per $m = 1 - nr \times$ cotan. $a$, tralaſciandovi il termine $\frac{1}{2} n^2 r^2$, come minuzia da non tenerne conto. Sicchè ſarà a un di preſſo

$$1 - m = nr \times \text{cotan. } a,$$

ed

$$\frac{1 - m}{n} = r \times \text{cotan. } a.$$

E' an-

E' anche

$$b = r \times \text{cotan. } a.$$

Dunque

$$b = \frac{1 - m}{n}.$$

Per la qual cosa sarà $b$ secondo
Simpson = 0. 0002527
Bradley = 0. 0002766
Cassini = 0. 0002867,
Bouguer = 0. 0002053;
li quali valori di poco differiscono dagli precedenti, per altra strada determinati.

## COROLLARIO IV.

89. Di più essendo $m = \frac{1 + b}{1 + e}$; sarà

$$1 + e = \frac{1 + b}{m},$$

ed

$$e = \frac{1 + b}{m} - 1 = \frac{1 + b - m}{m}$$

=

$$= \frac{nb+b}{n} = \frac{n+1}{n} \times b = \frac{n+1}{n} \times \frac{1-m}{n}.$$

Sicchè l'altezza della prima superficie refringente dell' atmosfera ſulla ſuperficie della terra ſarà a un di preſſo in parti del raggio terreſtre, ſuppoſto = 1, ſecondo

Simpſon = 0. 001645
Bradley = 0. 001939
Caſſini = 0: 001853
Bouguer = 0: 001545;

e perciò ſecondo

Simpſon, Bradley, Caſſini, Bouguer } di teſe { 5381, 6343, 6062, 5054,

eſſendo il raggio terreſtre di teſe 3271600.

## COROLLARIO V.

90. Finalmente ſi ſupponga eſſere R la refrazione orizzontale a livello del mare, E l'altezza della prima ſuperficie refringente dell'atmoſfera ſul detto livello, r la refrazione pure orizzontale a qualunque altezza ſull'iſteſſo detto livello, ed e l'altezza dell'

iſteſ-

istessa prima superficie refringente dell'atmosfera sul luogo dell' osservazione; saranno

$$m = 1 - \tfrac{1}{2} n^2 R^2$$
$$m = 1 - \tfrac{1}{2} n^2 r^2 .$$

Or essendo

$$m = 1 - \tfrac{1}{2} n^2 r^2 ,$$

sarà

$$r^2 = \frac{2}{n} \times \frac{1 - m}{n} = \frac{2}{n} \times b .$$

Ma

$$e = \frac{n + 1}{m} \times b$$

e conseguentemente

$$b = \frac{m}{n + 1} \times e ;$$

Sicchè

$$r^2 = \frac{2\,m}{n\,(n + 1)} \times e ;$$

Si-

$= \frac{nb + b}{m} = \frac{n + 1}{m} \times b = \frac{n + 1}{m} \times \frac{1 - m}{n}$. Sicchè l'altezza della prima ſuperficie refringente dell' atmosfera ſulla ſuperficie della terra ſarà a un di preſſo in parti del raggio terreſtre, ſuppoſto = 1, ſecondo

Simpſon = 0. 001645
Bradley = 0. 001939
Caſſini = 0: 001853
Bouguer = 0: 001545;

e perciò ſecondo

Simpſon
Bradley
Caſſini
Bouguer
} di

eſſendo il raggio te

## CORO

90. Finalm
refrazione orizz
l'altezza della
dell'atmosfera ſ
zione pure oriz
ſull'iſteſſo detto

[illegible] la refrazione rettilinea. Nell'
[illegible] della refrazione rettilinea le refra-
[illegible] alle diverse distan-
[illegible] zenit relativamente a un
[illegible] essere minori rispet-
[illegible] delle refrazioni, corrispondenti
[illegible] dal zenit relativa-
[illegible] più alto. In fatti contras-
[illegible] superficie regolare della ter- Fig. 8
[illegible] dell'istessa terra, C la ci-
[illegible], OZ la verticale di C,
[illegible] refrattiva dell' atmosfera,
[illegible] due raggi di luce refratti, che
[illegible] linee rette a due spetta-
[illegible] in A, e C, sotto angoli
[illegible] uguali, acciò le distanze ap-
[illegible] corpo celeste, guardato dagli
[illegible] sieno uguali. Essendo uguali
[illegible] ZAB, ZCD; sarà la somma de-
[illegible], ABO uguale alla somma
[illegible] COD, CDO. Ma l'angolo
[illegible] maiore di COD. Dunque l'angolo
[illegible] relativamente al punto A è
[illegible] angolo refratto CDO relativa-
[illegible] punto C. E perciò l'angolo del-
[illegible] o sia la refrazione astronomi-
[illegible] ad A è minore dell'angolo
[illegible], o sia della refrazione astrono-
[illegible] mente al punto C. Non deve
[illegible] recare meraviglia; perchè nell'
[illegible] della refrazione rettilinea si suppone
[illegible] refrangersi solamente in passare per

Similmente si trova essere

$$R^2 = \frac{2m}{n(n+1)} \times E.$$

Sicchè

$$R^2 : r^2 = \frac{2m}{n(n+1)} \times E : \frac{2m}{n(n+1)} \times e = E : e;$$

e perciò

$$R : r = \sqrt{E} : \sqrt{e}.$$

Sicchè le refrazioni orizzontali relativamente una al livello del mare, e l'altra a qualunque altezza su tale livello, sono tra esse nella ragione delle radici delle altezze della prima superficie refringente dell' atmosfera su i luoghi delle osservazioni.

## AVVERTIMENTO I.

91. Si noti che dall'avere in quest' ultimo corollario determinato essere la refrazione orizzontale relativamente a un sito più basso maggiore di quella, che si ha in un sito più alto, si può sicuramente concludere essere le refrazioni corrispondenti a tutte le distanze apparenti dal zenit relativamente a un sito più basso rispettivamente maggiori delle refrazioni corrispondenti alle medesime distanze apparenti dal zenit relativamente a qualunque altro sito più alto. Or ciò però è il contrario di quello accaderebbe, se

avesse

aveſſe luogo la refrazione rettilinea. Nell' ipoteſi della refrazione rettilinea le refrazioni, corriſpondenti alle diverſe diſtanze apparenti dal zenit relativamente a un ſito più baſſo, debbono eſſere minori riſpettivamente delle refrazioni, corriſpondenti alle medeſime diſtanze dal zenit relativamente a un ſito più alto. In fatti contraſſegnino LM la ſuperficie regolare della terra, O il centro dell'iſteſſa terra, C la cima d'un monte, OZ la verticale di C, PQ la ſuperficie refrattiva dell' atmosfera, e BA, DC due raggi di luce refratti, che giungono in linee rette a due ſpettatori, poſti in A, e C, ſotto angoli ZAB, ZCD uguali, acciò le diſtanze apparenti del corpo celeſte, guardato dagli detti punti, ſieno uguali. Eſſendo uguali gli angoli ZAB, ZCD; ſarà la ſomma degli angoli AOB, ABO uguale alla ſomma degli altri due COD, CDO. Ma l'angolo AOB è maggiore di COD. Dunque l'angolo refratto ABO relativamente al punto A è minore dell' angolo refratto CDO relativamente al punto C. E perciò l'angolo della refrazione, o ſia la refrazione aſtronomica relativamente ad A è minore dell'angolo della refrazione, o ſia della refrazione aſtronomica relativamente al punto C. Non deve intanto ciò recare meraviglia; perchè nell' ipoteſi della refrazione rettilinea ſi ſuppone la luce refrangerſi ſolamente in paſſare per Fig. 8

la ſuperficie refrattiva PQ ; onde la refrazione maggiore , o minore in tale ipoteſi deriva dall' angolo d'inclinazione del raggio incidente maggiore , o minore . E perciò come nel ſuppoſto caſo l' angolo refratto in D è maggiore del refratto in B; così deve eſſere l' angolo d' inclinazione in D anche maggiore dell' angolo d' inclinazione in B , e conſeguentemente la refrazione in C maggiore della refrazione in A . Nell' ipoteſi poi della refrazione curvilinea , perchè la luce ſi va continuamente refrangendo dalla ſuperficie PQ fino all'occhio dello ſpettatore; perciò il raggio, che giugne in C, come che non paſſa per la parte dell' atmosfera dell' altezza AC, e della maſſima denſità , deve ſoffrire minore refrazione dell'altro, che, per giugnere in A , deve ſcorrere la detta parte dell' atmosfera . Quindi è che avendo luogo in Natura la refrazione curvilinea, e non la rettilinea , colle oſſervazioni ſi ſono trovate le refrazioni alle diverſe diſtanze apparenti dal zenit in un ſito più alto riſpettivamente minori delle determinate alle medeſime diſtanze apparenti dal zenit in un ſito più baſſo .

## AVVERTIMENTO II.

92. Si noti anche che eſſendo la denſità dell' atmosfera la cagione delle refrazioni aſtronomiche, col variare di quella, debbono

no pure queſte proporzionalmente variare. Il Barometro ci ha fatto conoſcere che l'atmosfera in ſiti diverſi della terra, e anche nell'iſteſſo ſito in diverſi tempi non è dell' iſteſſo peſo, e conſeguentemente dell' iſteſſa denſità; e colle ſue altezze diverſe ci miſura i peſi diverſi della medeſima. Il Termometro poi ci dinota le continue variazioni di caldo, e di freddo, alle quali è ſottopoſta ben anche l' atmosfera, e per cagione delle quali la ſua denſità pure ſi altera. Quindi le refrazioni aſtronomiche da regiſtrare nelle tavole di eſſe, debbono eſſere determinate relativamente a un determinato grado di denſità dell'atmosfera; e non ſono da adoperarſi, ſenza ſaper dedurre da eſſe quelle, che competono al grado di denſità, che ha l'atmosfera, quando occorre farne uſo. Reſta adunque da inſegnare in che modo ſi debbono calcolare le refrazioni aſtronomiche da regiſtrare nelle tavole di eſſe relativamente a un grado determinato di denſità dell' atmosfera; e in che modo da tali refrazioni ſe ne debbono rilevare le corriſpondenti al grado di denſità, che ha l'atmosfera, qualora occorre farne uſo. Perciò ſia il

# CAP. VI.

*Della coſtruzione, e dell'uſo delle Tavole delle refrazioni mezzane.*

## DEFINIZIONE.

93. Si chiamano *refrazioni mezzane* le refrazioni aſtronomiche calcolate relativamente al grado di denſità dell' atmosfera, mezzano tra 'l grado maſſimo, e 'l grado minimo, a' quali l' atmosfera di rado vi perviene.

## AVVERTIMENTO I.

94. Nelle tavole delle refrazioni aſtronomiche, corriſpondenti a tutt'i gradi di diſtanze apparenti de' corpi celeſti dal zenit, ſi hanno oggi le refrazioni mezzane, come quelle, che di picciola correzione hanno biſogno, per ridurle alle refrazioni corriſpondenti al grado di denſità, che ha l' atmosfera, quando occorre farne uſo.

AV-

## AVVERTIMENTO II.

95. Il famoſo Abbate de la Caille, nel calcolare le ſue tavole delle refrazioni mezzane, preſe per grado mezzano di denſità dell'atmosfera quello, che ha, qualora il Barometro è all'altezza di pollici 28, e 'l Termometro ſecondo la coſtruzione di Reaumur è al gr. 10 di caldo. L'iſteſſo grado ſupporremo anche noi ſempre in ſeguito, quando diremo grado mezzano di denſità dell'atmosfera.

## AVVERTIMENTO III.

96. Già ſi è detto nel cap. precedente che, per calcolare ſecondo i principj teoretici eſpoſti nel medeſimo cap. le tavole delle refrazioni, fa meſtieri prima determinare coll'ajuto di pure oſſervazioni due refrazioni a due diverſe diſtanze dal zenit, per dedurne da eſſe i valori di $m$, e di $n$; e poſcia procedere col valore di $n$ alla calcolazione di tutte le altre. Or è difficile che le due refrazioni da determinare colle pure oſſervazioni, venghino determinate relativamente al grado mezzano di denſità dell'atmosfera. Quindi due coſe ci reſta da inſegnare, 1°. in che modo le due dette refrazioni, determinate relativamente a qualunque grado di denſità dell'atmosfera, ſi abbiano a

ridurre a refrazioni mezzane ; 2°. in che modo dalle refrazioni mezzane, già calcolate, ſi abbiano a rilevare le corriſpondenti agli gradi di denſità , che ha l' atmosfera , qualora occorre farne uſo.

## AVVERTIMENTO IV.

97. Si noti finalmente che quando diciamo dato il grado di denſità dell' atmosfera , intendiamo eſſere data l' altezza del barometro, e dato il grado di caldo, o di freddo dinotato del termometro. Premeſſe tali coſe, venghiamo al

## PROBL. VI.

98. *Ridurre a refrazione mezzana qualunque refrazione aſtronomica , determinata relativamente a qualſiſia dato grado di denſità dell' atmosfera , diverſo dal grado mezzano.*

### SOLUZIONE.

Si mettano relativamente al grado dato di denſità dell' atmosfera l' altezza del barometro in linee = A , il grado di caldo, o di freddo, dinotato dal termometro di Reaumur = G, e la refrazione data = R.

## *Riduzione I^a. relativamente al Barometro.*

Variandoſi, ſuppoſto il grado di caldo, o di freddo l'iſteſſo, la denſità dell' atmosfera a proporzione, che ſi varia il peſo della medeſima, e conſeguentemente a proporzione che ſi varia l'altezza del barometro: ſe in ordine all' altezza data A del Barometro, all' altezza di poll. 28, e alla refrazione data R ſi trova il quarto proporzionale, che per chiarezza chiamo Q; ſarà Q la refrazione corriſpondente all'altezza del barametro di pol. 28, e al grado di caldo, o di freddo dinotato dal termometro di Reaumur con G.

## *Riduzione II^a. relativamente al Termometro.*

E' già noto che dell' atmosfera, qualora il peſo è l'iſteſſo, la denſità ſi diminuiſce, ſe il caldo creſce, e s'accreſce, ſe il caldo ſi diminuiſce. Onde, qualora il peſo dell'atmosfera è l'iſteſſo, le refrazioni aſtronomiche col creſcere del caldo ſi diminuiſco.

ſcono, e col diminuirſi il caldo s' accreſcono: però, non coſtituendo le denſità diverſe dell' atmosfera co' corriſpondenti gradi del termometro, reciprocamente preſi, proporzione, non ſi può coll' ajuto d' alcuna proporzione una refrazione determinata relativamente a un grado di caldo, o di freddo ridurre alla miſura, che deve avere in un altro grado. Il famoſo abbate de la Caille intanto con combinare una moltitudine di refrazioni aſtronomiche, determinate relativamente a gradi diverſi del termometro di Reaumur, e ridotte tutte alle miſure convenienti all' altezza del barometro di pol. 28, trovò che ogni refrazione aſtronomica, conveniente all' altezza del barometro di pol. 28, è di certa grandezza, qualora il termometro di Reaumur è al gr. 10 di caldo, e che ſi diminuiſce, o s' accreſce di $\frac{1}{27}$, qualora il termometro per riſpetto del detto gr. 10 s'accreſce, o ſi diminuiſce di gr. 10, di $\frac{2}{27}$, qualora s'accreſce, o ſi diminuiſce di gr. 20, di $\frac{3}{27}$, qualora s' accreſce, o ſi diminuiſce di gr. 30, e così procedendo innanzi. Sicchè in conſeguenza di ciò ſi può ſtabilire che ogni refrazione aſtronomica, ridotta alla miſura conveniente all' altezza del barometro di pol. 28, è al gr. 10 di caldo del termometro di Reaumur di certa grandezza, e che tale grandezza ſi va ſucceſſivamente diminuendo, o accreſcendo di $\frac{1}{270}$, $\frac{2}{270}$, $\frac{3}{270}$, $\frac{4}{270}$, ec.,

ſc-

ſecondochè il mercurio nel detto termometro ſi va ſucceſſivamente accreſcendo, o diminuendo in altezza per riſpetto di quella, che ha al gr. 10 di caldo, di 1, 2, 3, 4, ec. gr. dell'iſteſſo termometro. Quindi, poſta la refrazione mezzana cercata = $x$, e poſto il numero de' gradi del termometro, pe'quali il dato grado G eccede, o manca dal grado 10 di caldo, = $n$, s'avrà

$$x \mp \frac{n}{270} x = Q.$$

Sicchè

$$x = \frac{270}{270 \mp n} \times Q.$$

Ch'è ciò, che biſognava determinare.

## ESEMPIO.

*Sia determinata la refrazione orizzontale di* $29^{I} \cdot 57^{II}$, *qualora il barometro è all'altezza di* $26^{pol.}\ 8^{lin.}$, *e'l termometro è al gr.* 18 *di caldo; ſi vuole trovare la refrazione orizzontale mezzana.*

## CALCOLO.

Eſſendo

$26^{pol.} \cdot 8^{lin.} = 320^{lin.}$
$28^{pol.} = 336^{lin.}$
$29^{I} \cdot 57^{II} = 1797^{II}$,

ſarà

farà

$$320 : 336 = 1797^{11} : Q.$$

Sicchè

$$Q = 1886^{11}. 8.$$

In oltre

$$n = 18 - 10 = 8.$$

E perciò

$$x = \frac{270}{270 - n} \times Q = \frac{270}{262} \times 1886. 8$$
$$= 1944^{11} = 32^{1}. 24^{11}.$$

## PROBL. VII.

*99. Ridurre qualunque refrazione mezzana alla misura conveniente a qualsisia dato grado di densità dell' atmosfera.*

### SOLUZIONE.

Si mettano relativamente al grado dato di densità dell' atmosfera l' altezza del barometro = A, e 'l numero de' gradi del termo-

mometro di Reaumur, pe' quali il grado dato di caldo, o di freddo eccede, o manca dal gr. 10 di caldo = $n$; e si mettano altresì la refrazione mezzana data = R, e la refrazione cercata = $x$.

Si trovi in ordine a pol. 28, all'altezza A, e ad R il quarto proporzionale $+\frac{1}{28}$ A × R; darà $\frac{1}{28}$ A × R la refrazione mezzana data ridotta alla misura conveniente ai gradi di densità dell'atmosfera, qualora il barometro è all'altezza A, e 'l termometro è al gr. 10 di caldo. E perchè tale refrazione pel dato grado di densità dell'atmosfera eccede, o manca dalla cercata di quanto il dinota $\mp\frac{1}{270}$ $n$ × R. Sicchè è la refrazione cercata $x = \frac{1}{28}$ A × R $\mp\frac{1}{270}$ $n$ × R = $(\frac{1}{28}$ A $\mp\frac{1}{270}$ $n)$ R. Ch' è ciò, che bisognava determinare.

## AVVERTIMENTO I.

100. Si noti che il 28 della formola trovata esprime pollici, se A viene espressa pure in pollici; ma se A viene espressa in linee, in tale caso i pollici 28 si debbono ridurre in linee 336.

## ESEMPIO.

*Sia alla distanza di* 84° *de' corpi celesti dal zenit la refrazione mezzana* $5^{1}.23^{11}.6 = 323^{11}.6$; *si vuole tale refrazione mezzana ri-*

*ridurre alla misura conveniente alla densità dell' atmosfera, qualora il barometro è all' altezza di* $26^{pol.}.\ 8^{lin.}$, *e'l termometro di Reaumur è al gr.* 15 *di caldo.*

## CALCOLO.

$$28^{pol.} = 336^{lin.}$$
$$26^{pol.}.\ 8^{lin.} = 320^{lin.}$$
$$n = 15 - 10 = 5.$$

Dunque è la refrazione cercata, o sia

$$x = \left(\tfrac{1}{2\,9}\,A - \tfrac{1}{2\,7\,0}\,n\right) R = \left(\tfrac{2}{2\,1} - \tfrac{1}{5\,4}\right) 323^{11}.\ 6 = \tfrac{1}{1}\tfrac{\bullet}{1}\tfrac{5}{3}\tfrac{9}{4} \times 323^{11}.\ 6 = 0.933 \times 323^{11}.\ 6 = 302^{11}.\ 2 = 5^{1}.\ 2^{11}.\ 2.$$

## AVVERTIMENTO II.

101. Si noti anche che come i limiti, tra' quali si trovano ordinariamente comprese le altezze del barometro, sono $26^{pol.}.\ 6^{lin.}$, e $28^{pol.}.\ 9^{lin.}$, ed i limiti, tra' quali se trovano ordinariamente compresi nel termometro di Reaumur i gradi di caldo, e di freddo dell' atmosfera, sono il gr. 30 sopra il zero, e'l gr. 8 sotto: così se s' anderà supponendo A successivamente di $26^{pol.}.\ 6^{lin.}$, $26^{pol.}.\ 7^{lin.}$, $26^{pol.}.\ 8^{lin.}$, e così procedendo coll' avanzo sempre d' una linea fino all' altezza di $28^{pol.}.\ 9^{lin.}$, e relativamente a ciascuna di sì fatte altezze del baro-

rometro s' anderà ſupponendo il grado del termometro di Reaumur eſſere ſucceſſivamente 0, 1, 2, 3, 4 - - - - - 30 ſopra il zero, e 1, 2, 3 - - - - - 8 ſotto il zero, e ſecondo ciaſcuna di tali ſuppoſizioni s'anderà determinando il valore della formola $\frac{2}{28} A \mp \frac{1}{275} n$; s'avranno altrettanti numeri, che, regiſtrati in alcune tavole in corriſpondenza delle altezze del barometro, e de'gradi del detto termometro, ſomministrano pronti al biſogno que' numeri, pe' quali biſogna moltiplicare le refrazioni mezzane, per avere le refrazioni convenienti agli gradi di denſità dell' atmosfera.

## AVVERTIMENTO III.

102. Nella fine delle Tavole aſtronomiche del Signor de la Lande ſi trovano tali tavole, dette *Tavole delle denſità dell' aria*: però i numeri compreſi in eſſe hanno qualche piccioliſſima differenza da quei, che verrebbero calcolati del modo già detto, come calcolati coll' ajuto d' un' altra formola dal Signor Bonne, ſtabilita in conſeguenza di molte eſperienze, e di molti calcoli fatti ſulle denſità dell'aria, e di molte verificazioni fatte con refrazioni determinate in conſeguenza di pure oſſervazioni.

## AVVERTIMENTO IV.

103. Da quanto fin qui s' è insegnato, si rileva 1°. che per calcolare le tavole delle refrazioni mezzane, bisogna prima colle pure osservazioni determinare due refrazioni a due diverse distanze de' corpi celesti dal zenit del modo, che in seguito s' insegnerà; 2°. che avendo luogo riguardo alle stelle fisse la refrazione, e non la parallasse, le refrazioni da determinare colle pure osservazioni, conviene determinarle coll'ajuto di qualche stella fissa; 3°. che finalmente avendo luogo per riguardo della maggior parte de' pianeti e la refrazione, e la parallasse insieme, non si possono le parallassi di tali corpi determinare, senza che sieno prima determinate le refrazioni. Premesse intanto tali cose, procediamo ora alle operazioni fondamentali dell' Astronomia.

CAP.

# CAP. VII.

*S' insegnano alcune operazioni astronomiche da premettere a tutte le altre.*

## DEFINIZIONE.

104. Si dice *linea meridiana* una linea tirata su qualunque superficie per un dato punto, ed esistente nel piano del meridiano procedente pel medesimo punto.

## COROLLARIO.

105. Quindi la meridiana relativamente a un dato punto di qualunque superficie è la comune sezione dell' istessa superficie col meridiano procedente pel medesimo punto. E perciò la meridiana può essere e linea retta, e linea curva, secondochè la superficie, su cui viene tirata, è piana, o curva.

## AVVERTIMENTO.

106. Ordinariamente le meridiane si tirano su superficie piane; e tali superficie, se le meridiane vanno fatte per uso di orologj a so-

a ſole, ſono ordinariamente orizzontali, o verticali; ma ſe vanno fatte per gli ſoli uſi aſtronomici, ſono tutte orizzontali.

## PROBL. VIII.

107. *Conoſcere coll' ajuto d' un quadrante aſtronomico ſe una ſtella è nell'emiſfero orientale, o occidentale, e miſurare la ſua altezza apparente meridiana, ſenza che ſia ancora determinata la direzione del meridiano del luogo dell' oſſervazione.*

### SOLUZIONE.

1. Si metta il quadrante in ſito verticale, e col cannocchiale diretto alla ſtella in modo, che appariſca ella per mezzo diviſa dal ſuo filo orizzontale.

Se, laſciato il quadrante immobile nel detto ſito, appariſce la ſtella a poco a poco andarſi allontanando dal detto filo verſo giù, è ſegno in tal caſo che la ſtella procede ſalendo, e che conſeguentemente è nell' emiſfero orientale; ſe poi appariſce andarſi allontanando verſo ſu, è ſegno in tale altro caſo, che procede diſcendendo, e che conſeguentemente è nell' emiſfero occidentale.

2. Si vada col quadrante accompagnando continuamente la ſtella in modo, che appariſca ſempre per mezzo diviſa dal detto filo; e ciò ſi faccia, finchè la ſtella, eſſendo nell'

nell' emisfero orientale, giunga all' altezza maſſima, ed eſſendo nell' emisfero occidentale, ſe è ſtella, che non mai tramonta, giunga all' altezza minima, vale a dire all' altezza, che nel primo caſo non s' accreſce di vantaggio, e nel ſecondo caſo di vantaggio non ſi diminuiſce.

L' altezza maſſima, o minima determinata è l' altezza apparente meridiana cercata. Ch' è quanto biſognava fare.

## PROBL. IX.

108. *Determinare relativamente a un orologio eſatto, accomodato al moto delle ſtelle fiſſe, il tempo del paſſaggio d' una ſtella pel meridiano, ſenza che ſia nota ancora la direzione del meridiano del luogo dell' oſſervazione.*

### SOLUZIONE.

1. Si miſuri un' altezza apparente della ſtella coll' ajuto del quadrante, quando tale ſtella è nell' emisfero orientale; e ſi noti il tempo, che dimoſtra allora l' orologio.

2. Si vada da tempo in tempo miſurando l' altezza dell' iſteſſa ſtella, finchè ſi vegga ella ritornata nell' emisfero occidentale a un' altezza uguale alla miſurata; e ſi noti pure, quando appariſce giunta a sì fatta altezza, il tempo, che dimoſtra allora l' orologio.

3. De' tempi notati ſe ne prenda la differenza, e la metà di eſſa s' aggiunga al primo tempo notato.

La ſomma, che naſce, dà il tempo cercato; cioè il tempo, che dinotava tale orologio nel momento, in cui la ſtella è paſsata pel meridiano. Ch'è ciò, che biſognava determinare.

## DIMOSTRAZIONE.

Fig. 9. Contrasſegnino relativamente al luogo dell'oſſervazione HZM il meridiano, HO l'orizzonte, Z il zenit, P il polo viſibile, LM il parallelo, che appariſce deſcrivere la ſtella, AZ, CZ i due verticali, ne' quali l'iſteſſa ſtella appariſce ne' momenti, in cui ſi miſurano le altezze uguali, e PB, PD gli archi de' cerchi di declinazione, che paſſano per B, e D. Dinoteranno AB, DC le altezze uguali; onde ſarà BZ = DZ. E potendoſi prendere la declinazione della ſtella come coſtante tra gli tempi notati, ſarà anche PB = PD. Sicchè ne' due triangoli sferici BPZ, DPZ i lati dell'uno ſono riſpettivamente uguali agli lati dell'altro. Onde gli angoli orarj BPZ, DPZ ſono uguali; e perciò uguali ſono anche i tempi, ne' quali la ſtella appariſce moſſa per BL, LD. Per la qual coſa ſe al tempo, che dinota l'orologio, quando la ſtella appariſce in B, s'aggiugne la metà di quello, che

che ſcorre intanto che la ſtella appariſce moſſa per BLD, ſi ha il tempo, che dinota l'orologio nel momento del paſſaggio della ſtella pel meridiano. Ch'è ciò, che biſognava dimoſtrare.

## AVVERTIMENTO I.

109. Si noti che ſe l'orologio ritarda, o accelera relativamente al moto apparente delle ſtelle fiſſe, e 'l ritardamento, o accelerazione dell'orologio in una rivoluzione diurna delle ſtelle fiſſe è di $2^{1}.\ 43^{11}$; in tale caſo il tempo determinato del modo già inſegnato dà il tempo, in cui la ſtella è paſſata pel meridiano nella notte dell'oſſervazione; però nella notte ſeguente deve paſſarvi, quando l'iſteſſo orologio dimoſtra il medeſimo tempo diminuito, o accreſciuto di $2^{1}.\ 43^{11}$.

## AVVERTIMENTO II.

110. Si noti di vantaggio che niente importa che le ore dell'orologio corriſpondano sì, o no colle ore computate dal mezzogiorno: ci baſta ſolamente che l'orologio ſia eſattiſſimo nel ſuo movimento, e che ſia con preciſione accomodato al moto delle ſtelle, o che ſia con preciſione determinato di quanto l'iſteſſo orologio ritarda, o acce-

lera relativamente al moto apparente delle dette ſtelle.

## PROBL. X.

III. *Tirare ſu d' un piano orizzontale per un dato punto la linea meridiana.*

### SOLUZIONE.

1. Si determini relativamente a un orologio il tempo del paſſaggio d'una ſtella pel meridiano per la notte dell' operazione.

2. Si ſoſpenda con un ordigno un ſottile, e lungo filo liberamente, e con un peſo nella parte inferiore in corriſpondenza del punto dato.

3. Si metta ſul piano orizzontale, a quanta maggiore diſtanza rieſce poſſibile dal detto filo, un piedeſtallo, che porti un braccio a un di preſſo a ſquadra, e mobile intorno a eſſo, con un altro filo di minor lunghezza liberamente pendente dall'eſtremo di sì fatto braccio, e con un peſo pure nella parte inferiore.

4. Avvicinato il tempo del paſſaggio della ſtella pel meridiano, ſi diſponga il piedeſtallo in modo, che traguardando per ambi i fili alla ſtella, con tenere l'occhio alquanto diſcoſto dal filo minore, e con tenere il filo maggiore ben illuminato, acciò ſi renda all' occhio viſibile, ſi vegga eſſa ſtel-

ſella da tali fili per mezzo diviſa: s'avverta però che il braccio allora conviene ſituarlo con qualche obbliquità per riſpetto del filo lungo; acciò con andarlo alquanto ſucceſſivamente girando, poſſa ſempre andarſi vedendo la ſtella nella direzione de'due fili, e da eſſi ſempre per mezzo diviſa.

5. Si proſegua tale operazione fino al momento del paſſaggio della ſtella pel meridiano; e allora ſi laſci immobile il braccio, che porta il filo minore.

6. Finalmente ſi noti con diligenza il punto del piano orizzontale, a cui eſattamente corriſponde il detto filo minore; e da sì fatto punto al punto dato ſi tiri la linea retta.

Sarà tale retta la meridiana cercata. Ch'è ciò, che biſognava fare.

## AVVERTIMENTO I.

112. Si noti che, eſſendo nel momento del mezzogiorno il centro del Sole nel meridiano, ſe da un punto d'una linea meridiana s'innalza verticalmente uno ſtile, l'ombra di eſſo nel momento del mezzogiorno deve cadere ſulla detta linea; e che ſe a qualche altezza ſul piano della meridiana ſi fa che vi ſia un foro circolare col centro ſuo nel piano verticale, procedente per l'iſteſſa meridiana, il raggio ſolare, che entrerà per tale foro nel momento

del mezzogiorno rappreſenterà ſul piano della detta linea un'immagine ſolare rotonda, la quale avrà il ſuo centro nella medeſima meridiana.

## COROLLARIO I.

113. Quindi la meridiana addita quando è il momento del mezzogiorno, e l'addita o coll'ombra d'uno ſtile, come ordinariamente accade negli orologj a ſole, o col centro d'un'immagine ſolare, rappreſentata ſul piano della linea dalla luce ſolare, che ſi fa paſſare per un foro circolare, fatto a qualche altezza ſul piano dell'iſteſſa linea, come accade a tutte le meridiane tirate per uſi aſtronomici.

## AVVERTIMENTO II.

Fig. 10 114. Sieno P, e R i poli terreſtri, PER, PQR due mezzi meridiani, EQ un arco dell'equatore terreſtre, e AB l'arco ſimile del parallelo, in cui ſi trova Napoli, cioè del parallelo della latitudine di $40^{o}. 50^{I}. 15^{II}$. Se il meridiano PQR è di 1° più orientale di PER. Sarà EQ di 1°, e conſeguentemente di miglia 60. E perchè EQ: AB, come il raggio dell'equatore al raggio del detto parallelo, ovvero come il ſeno maſſimo al coſeno della latitudine del medeſimo parallelo; ſe in ordine al ſeno maſſimo,

simo, al coseno di 40°. 50'. 15'', e alla lunghezza di EQ di miglia 60 si trova il quarto proporzionale, tale quarto proporzionale dà la lunghezza dell' arco AB in miglia; la quale lunghezza, fatto il calcolo, si trova essere di miglia 45. 39. Or apparendo il Sole fare l'intera rivoluzione giornaliera di 360° in 24°r, apparirà muoversi per 1° in 4'. E perciò il mezzogiorno ne' luoghi, che sono nel meridiano PQR, di 4' anticipa quello de' luoghi, che sono nel meridiano PER d'un grado più occidentale. Se poi il meridiano PQR è di 1'' più orientale di PER; essendo in tale caso EQ di un miglio, sarà AB di can. 664. 3, e'l mezzogiorno in PQR anticiperà quello di PER di 4''. E finalmente se il meridiano PQR è di 15'' più orientale di PER; essendo in tale altro caso EQ di $\frac{1}{4}$ di miglio, sarà AB di can. 166, e'l mezzogiorno in PQR anticiperà quello di PER di 1''.

## COROLLARIO II.

115. Quindi due luoghi terrestri, che sono uno più orientale dell'altro di un miglio nell'equatore, o di can. 664. 3 nella latitudine di Napoli, hanno il mezzogiorno in uno di 4'' prima che nell'altro. Similmente due luoghi terrestri, che sono uno più orientale dell'altro di $\frac{1}{4}$ di miglio nell'

equatore, o di cann. 166 nella latitudine di Napoli, hanno il mezzogiorno in uno di 1'' prima che nell'altro.

## AVVERTIMENTO III.

116. Si noti che, potèndosi in una Città grande fare delle osservazioni astronomiche in più siti, che hanno differenze di meridiani sensibili, conviene che ogni Astronomo in notare i tempi, che occorre notare per le sue osservazioni, noti anche il sito, in cui sono fatte; acciò, venendo fatte in altri siti, non si prendano per errori le differenze de' tempi, che derivano dalle differenze de' meridiani.

## AVVERTIMENTO IV.

117. Sieno di vantaggio P, e R i poli terrestri, PER, PQR due mezzi meridiani, EQ un'arco dell'equatore terrestre, e AB un arco simile di qualunque parallelo. S'intendano per E, e Q tirate le meridiane; saranno esse tangenti de' detti mezzi cerchi in E, e Q; e perciò saranno parallele all'asse terrestre PR, e conseguentemente parallele tra esse. S'intendano in oltre per A, e B tirate pure le meridiane; saranno tali meridiane tangenti de'medesimi detti mezzi cerchi in A, e B; e perciò s'uni-

s' uniranno in X coll' asse terrestre RP prolungato in X.

## COROLLARIO III.

118. Sicchè le meridiane tirate per gl' infiniti diversi punti della linea equinoziale sono tutte tra esse parallele; le meridiane poi tirate per tutti gl' infiniti diversi punti della periferia di qualunque parallelo terrestre non sono tra esse parallele, ma tutte, se venissero prolungate, s' unirebbero nel medesimo punto dell' asse terrestre, anch'esso prolungato.

## AVVERTIMENTO V.

119. S' intenda ulteriormente essere AB un' arco del parallelo, in cui si trova Napoli, cioè del parallelo della latitudine di $40^{\circ}. 50^{\prime}. 15^{\prime\prime}$, ed essere AX, BX le meridiane de' punti A, e B sì poco distanti tra essi, che l' angolo AXB sia di un minuto primo, affinchè si possano senza errore sensibile prendere le dette meridiane come parallele, e l' arco AB per una linea retta. S'intenda di più tirato il raggio terreste OA. Essendo per l'ipotesi AE di $40^{\circ}. 50^{\prime}. 15^{\prime\prime}$, sarà l' angolo AOX di $49^{\circ}, 9^{\prime}. 45^{\prime\prime}$. E' il raggio terrestre AO di pal. 24163153. Dunque nel triangolo rettilineo OAX, rettangolo in A, sono noti il cate-

to

to OA, e l' angolo acuto AOX. Perciò coll' ajuto della Trigon: piana si può determinare l'altro cateto AX; che, fatto il calcolo, si trova essere di palmi 27956261, ovvero a un di presso di miglia 3979 $\frac{1}{8}$. Or essendo nel triangolo isoscele rettilineo AXB noti l'angolo AXB di 1' per l' ipotesi, l'angolo ABX conseguentemente di 89°. 59' $\frac{1}{2}$, e 'l lato AX già determinato, si può coll' ajuto dell' istessa detta Trigonometria determinare la base AB; la quale base, fatto il calcolo, si trova essere di palmi 8132, o sia di un miglio, e pal. 1107.

## COROLLARIO IV.

120. Sicchè alla latitudine di Napoli le meridiane tirate per punti diversi, purchè non sia uno più orientale dell' altro d' una distanza maggiore d'un miglio, e pal. 1107, si possono prendere senza errore sensibile per parallele.

## AVVERTIMENTO VI.

121. Si noti finalmente che gli altri metodi di tirare le meridiane s'insegneranno appresso, dopo svilupatine i fondamenti di essi. E appresso s'insegnerà altresì quali cautele sono da adoperare per tirare le gran meridiane, e quali punti vanno notati in esse, per poter discernere col ajuto di essi quando

do ſuccedono gli equinozj, quando i ſolſtizj, e quando il Sole appariſce entrare in ciaſcuno de'ſegni del zodiaco. Una meridiana intanto, tirata del modo già inſegnato, è ſufficientiſſima a un Aſtronomo per diſporre, e fiſſare un cannocchiale coll' aſſe ſuo nel piano del meridiano, laſciandoli il ſolo movimento verticale, a fine di poter oſſervare con tale ſtrumento i paſſaggi de' corpi celeſti pel meridiano; per ſituare un quadrante da muoverſi ſolamente verticalmente, ma ſempre col ſuo piano nel piano del meridiano, a fine di poter miſurare con tale altro ſtrumento le altezze meridiane de' corpi celeſti; e per diſporre qualunque altro quadrante, provveduto d' un cerchio graduato da miſurarci gli angoli azzimuttali in modo da eſſere diretti i cardini di ſettentrione, e mezzogiorno di tale detto cerchio agli corriſpondenti cardini del mondo.

CAP.

# CAP. VIII.

*De' modi di determinare ſenza biſogno delle refrazioni l' altezza del polo, le due refrazioni neceſſarie per calcolare le Tavole delle refrazioni mezzane, e le declinazioni delle ſtelle fiſse.*

## PROBL. XI.

122. *Determinare l' altezza del polo ſenza biſogno delle refrazioni, e determinare nel tempo iſteſſo le due refrazioni neceſſarie per calcolare le tavole delle refrazioni mezzane.*

### SOLUZIONE.

Fig. 11 Contràſſegnino HZO il meridiano, HO l'orizzonte razionale, Z il zenit, e P il polo viſibile.

1. Si ſcelga una ſtella, che nella rivoluzione diurna deſcriva un parallelo AB tale, che colla ſua periferia interſeca quella del meridiano in A tra 'l zenit Z, e 'l polo P.

2. Per più giorni prima delle determina-

na-

nazioni da fare s'adatti un orologio esattissimo al moto delle stelle fisse; e relativamente a tale orologio si determini il tempo, in cui la stella scelta passa pel meridiano in A.

3. Avvicinato il tempo delle dette determinazioni, si disponga un quadrante, che ha il cerchio da misurare gli angoli azzimuttali, con dirigere i cardini di settenttione, e di mezzogiorno di tale cerchio agli corrispondenti cardini del mondo.

4. Quando si conosce essere la stella ad altezza tale sull'orizzonte, da non poter essere la misura di essa affatto turbata dagli vapori; supposta la stella in D, e supposto essere ZDL il verticale procedente per D, si notino allora il tempo, che dimostra l'orologio, l'altezza apparente della stella, che misura il quadrante, e l'angolo azzimuttale LZO, che misura il cerchio orizzontale dello strumento. Si faranno noti anche il tempo, che dovrà la stella impiegare per giugnere da D al meridiano nel punto A, e 'l complimento DZ dell' altezza misurata.

5. Si vada da tempo in tempo col quadrante osservando l' istessa stella, e guardando il suo angolo azzimuttale: quando si vede giunta in C, dove il detto angolo azzimuttale è l' istesso di prima, allora si notino pure il tempo, che dimostra l' orologio, e l' altezza apparente LC della stella, che misura il quadrante. Si faran-

no

no noti pure il tempo, che dovrà la ſtella impiegare per giugnere da C al meridiano in A, e 'l complimento CZ dell' altezza miſurata. Onde, ſupppoſto eſſere PD, PC gli archi de' cerchi orarj procedenti per D, e C, noti ſi faranno altresì gli angoli orarj DPZ, CPZ; e noto conſeguentemente ſi farà pure l'angolo DPC.

6. S'intenda da P menato l'arco PE di cerchio maſſimo perpendicolare alla baſe CD del triangolo iſoſcele CPD; dividerà tale arco in due parti uguali e la baſe CD, e l'angolo sferico CPD. Onde noto ſarà anche l'angolo sferico CPE, e conſeguentemente l'angolo ZPE. Or nel triangolo sferico ZEP, rettangolo in E, noti i due angoli obbliqui EZP, ZPE, ſi determini l'ipotenuſa ZP; il ſuo complimento all' arco del quadrante darà l'altezza cercata del polo.

7. Ne' due triangoli ZPD, ZPC, noti gli angoli in Z, e in P, e 'l lato compreſo ZP già calcolato, ſi determinino in uno il lato ZD, e nell' altro il lato ZC.

8. Finalmente dagli lati DZ, CZ, già determinati col calcolo trigonometrico, ſi ſottraggano le grandezze di eſſi, avute prima in conſeguenza delle miſure delle due altezze apparenti della ſtella fattene col quadrante; i reſidui danno le due refrazioni cercate alle due determinate diſtanze apparenti dal zenit della medeſima ſtella.

Ch' è quanto biſognava determinare.

AV-

## AVVERTIMENTO I.

123. Gli Aſtronomi in determinare l'altezza del polo ſono generalmente proceduti a queſto modo : ſcelta una ſtella di perpetua apparizione, cioè che nella rivoluzione diurna appariſce deſcrivere un parallelo, come AB, che due volte in A, e B interſeca colla ſua periferia quella del meridiano HZO nell' emisfero viſibile ; e ſcelta altresì una lunga notte d'inverno, in cui tale ſtella appariſce paſſare tutte e due le volte pel meridiano, ne hanno in tale notte miſurate col quadrante le due ſue altezze meridiane OA, OB. Ed eſſendo il polo viſibile P ugualmente diſtante da A, e B, ne hanno determinata la ſua altezza OP, con prendere la metà della ſomma delle dette altezze meridiane OA, OB già miſurate.

## AVVERTIMENTO II.

124. L' altezza del polo in tal modo determinata non è eſatta, ma alquanto maggiore della vera, a cagione delle refrazioni, che accreſcono alquanto le altezze meridiane della ſtella miſurate. Nè vale il dire che ſi poſſono tali altezze correggere degli errori delle refrazioni ; perchè ſe non è ſtabilita l'altezza del polo, non ſi poſſono le refrazioni determinare. Per evitare gli Aſtro-

ſtronomi un tanto ſcoglio, hanno prima determinata l' altezza del polo, all' in groſſo per così dire, del modo già detto, e in conſeguenza di tale altezza di polo hanno determinate le refrazioni aſtronomiche per correggere le altezze meridiane, dalle quali s' è ricavata l' altezza del polo, e per avere un' altezza di polo alquanto men difettoſa della prima determinata. Con tale nuova altezza di polo hanno poi un' altra volta determinate le refrazioni; e con eſſe, meno erronee delle prime, hanno un' altra volta corrette le dette altezze meridiane, e conſeguentemente corretta l' altezza del polo; e così ſono proceduti innanzi, finchè ſono pervenuti a un ſegno da non poter dare più correzione nè all' altezza del polo, nè alle refrazioni. Ed ecco in che modo con molta fatica, e con aſſai perdita di tempo gli Aſtronomi ſono giunti a ſtabilire l' altezza del polo nel luogo delle loro oſſervazioni, e le miſure delle refrazioni.

## AVVERTIMENTO III.

125. Il metodo intanto da noi propoſto, per determinare l'altezza del polo, va eſente dalla neceſſità delle refrazioni, e conſeguentemente delle tante, e sì replicate correzioni: anzi nel tempo iſteſſo ſi determinano le refrazioni fondamentali, che abbiſogna-

gnano, ridotte prima alla misura delle refrazioni mezzane corrispondenti del modo già insegnato, per poter costruire le tavole delle refrazioni mezzane. Ma le vie spedite s' incontrano tardi, e sono il prodotto non del genio, ma del raffinamento; e giovano per far evitare a' posteri le spine incontrate da' nostri maggiori.

## AVVERTIMENTO IV.

126. Si noti pure che l'altezza del polo boreale relativamente a Napoli fu determinata prima nel Monistero di Sanseverino dal famoso nostro D. Pietro di Martino di 40°. 50'. 20'', e molti anni dopo nel Collegio regale di S. Carlo alle Mortelle dagli insigni Astronomi D. Felice Sabatelli, e P. Nicola Carcani di 40°. 50'. 15'': però tale altezza esige che sia con più precisione determinata, essendo stata fin' ora determinata due volte coll' ajuto dell' istesso quadrante, sprovveduto del Vernier; con correggere le altezze meridiane della stella polare adoperata colle refrazioni prese dalla tavola del Cassini; e con non tener conto relativamente alle refrazioni delle circostanze dell' atmosfera.

## AVVERTIMENTO V.

127. Si noti di vantaggio che avendo insegnato il modo di determinare l' altezza del polo, s' è nel tempo istesso insegnato il modo di determinare l' altezza dell' equatore; essendo l' una il complimento a gr. 90 dell' altra ( § 82 *del tom.* 1. ). Quindi, supposta l' altezza del polo visibile relativamente a Napoli di $40^{o}.\ 50^{I}.\ 15^{II}$, sarà relativamente a Napoli l' altezza dell' equatore di $49^{o}.\ 9^{I}.\ 45^{II}$.

## AVVERTIMENTO VI.

128. Si noti finalmente che, avendo insegnato in che modo si possono colle osservazioni determinare le refrazioni d'una stella, corrispondenti a due diverse distanze dal zenit, s' è insegnato quanto basta per potere in vigore de' principj teoretici, antecedentemente esposti, costruire le tavole delle refrazioni mezzane. In seguito supporremo sempre tali tavole già costrutte; e noi faremo uso, quando il bisogno l' esigerà, di quelle, che si hanno nelle Tavole astronomiche di M. de la Lande.

PRO-

## PROBL. XII.

129. *Insegnare, determinata l'altezza del polo di qualunque luogo terrestre, il modo di determinare le declinazioni delle stelle fisse, visibili dall'istesso luogo.*

### SOLUZIONE.

Contrassegnino d'un luogo, di cui s'è determinata l'altezza del polo settentrionale, HO l'orizzonte razionale, HZO il meridiano celeste, P il polo settentrionale, R il meridionale, e Z il zenit. Fig. 12

Si misuri col quadrante astronomico l'altezza meridiana d'una stella, di cui si vuole determinare la declinazione, e si corregga della refrazione, conveniente a tale altezza, e allo stato di densità, che ha l'atmosfera nel medesimo tempo.

Se la stella s'è osservata nel quadrante ZH; la differenza, che passa tra l'altezza meridiana corretta della stella, e l'altezza dell'equatore, dà la declinazione cercata; la quale declinazione è settentrionale, se l'altezza meridiana della stella è maggiore dell'altezza dell'equatore, e meridionale, se è minore.

Se poi la stella s'è osservata nel quadrante ZO; in tale caso la differenza, che passa tra l'altezza meridiana corretta della stella,

e l'altezza del polo ſettentrionale, dà il complimento ai gr. 90 della declinazione ſettentrionale. Onde il complimento a 90° della detta differenza dà la declinazione ſettentrionale cercata.

Ciò, che s'è fatto relativamente a una ſtella, ſi faccia relativamente a tutte le altre viſibili dall'iſteſſo luogo. S'avranno in tal modo le declinazioni di tutte le ſtelle viſibili dal medeſimo luogo. Ch'è ciò, che biſognava inſegnare.

## ESEMPIO.

*Sieſi in Napoli a 21 Maggio 1781 miſurata l'altezza meridiana d'una ſtella dal lato del polo ſettentrionale di* 57°. 13'. 18", *e ſienſi allora trovati il barometro all'altezza di* 28pol.. 7lin., *e'l termometro di Reaumur al gr. di caldo* 17 $\frac{2}{3}$. *Si cerca la declinazione di tale ſtella.*

## CALCOLO.

Altez. appar. $\begin{cases} 57° \\ 58° \end{cases}$ Refraz. mezzane corriſpondenti $\begin{cases} 38''.4 \\ 38 .9 \end{cases}$

Dunque ſe 1°, o 60' in altezza dà la differenza di 0. 5 di minuto ſecondo nella refrazione mezzana, quanta differenza nelle refrazione mezzana daranno 13'. 18"? Fatto il calcolo ſi trova 0. 1 di minuto ſecondo

do. Onde la refrazione mezzana corrispondente all'altezza apparente di $57^{\circ}.13^{\prime}.18^{\prime\prime}$ è di $38^{\prime\prime}.5$.

In oltre, poste A = 28 pol. 7lin., $n = 17\frac{2}{3} - 10 = 7\frac{2}{3}$, e R = $38^{\prime\prime}.5$; sarà $(\frac{1}{28}A - \frac{1}{275}n)$ R = 0.992 × $38^{\prime\prime}.5 = 38^{\prime\prime}.19$.

Sicchè

| | |
|---|---|
| Altez. appar. - - - | $57^{\circ}.13^{\prime}.18^{\prime\prime}$ |
| Refraz. da togliere - - - - - - - - | 38.19 |
| Altez vera - - - - - - | $57^{\circ}.12^{\prime}.39^{\prime\prime}.81$ |
| Altez. del polo - - - - | 40.50.15 sott. |
| Compl. della declin. - | $16^{\circ}.22^{\prime}.24^{\prime\prime}.81$ |

E perciò

Declin. boreale cercata della stella - - - - - $73^{\circ}.37^{\prime}.35^{\prime\prime}.19$.

## AVVERTIMENTO I.

130. Se dell'istesso modo si determinano le declinazioni delle altre stelle visibili da altri luoghi, e tutte si registrano in tavole; si hanno in tal modo le tavole delle declinazioni di tutte le fisse.

## AVVERTIMENTO II.

131. Confrontando le declinazioni delle ſtelle determinate in un tempo colle determinate in un altro tempo, s' è conoſciuto che sì fatte declinazioni ſi vanno continuamente variando, con creſcere per riguardo d' alcune fiſſe, e con ſcemare per riguardo di altre. A ſuo luogo eſporremo le cagioni di tali variazioni, e ne inſegneremo il come ſi calcolano. Ci contentiamo per ora di ſoggiugnere che sì fatte variazioni ſi trovano diverſe nelle diverſe ſtelle, e che generalmente ſono sì lente, che in poche rivoluzioni diurne ſi poſſono traſcurare ſenza errore ſenſibile. Nelle tavole aſtronomiche di M. de la Lande ſi trovano le declinazioni di 400 principali ſtelle determinate per l'anno 1750, e ſi trovano colle variazioni a canto calcolate da 10 in 10 anni fino al 1780.

## AVVERTIMENTO III.

132. Si noti che un Aſtronomo dovendo determinare le declinazioni delle fiſſe, deve prima determinare l' altezza del polo relativamente al luogo delle oſſervazioni: però, determinate le declinazioni delle fiſſe, con facilità può determinare l' altezza del polo relativamente a qualſiſia altro luo-

go

go del ſeguente modo. Contraſſegnino del luogo, di cui ſi vuole determinare l'altezza del polo, HO l' orizzonte razionale, HZO il meridiano celeſte, EQ l'equatore, Z il zenit, P il polo ſettentrionale, e R il polo meridionale. Si miſuri l' altezza meridiana apparente d' una delle ſtelle, di cui è ſtata determinata la declinazione, e ſi corregga della refrazione conveniente. Se la ſtella in miſurare la ſua altezza meridiana è ſtata nel quadrante ZO; ſi determini il complimento agli 90° della declinazione, e s' aggiunga all' altezza meridiana corretta, nel caſo che la ſtella è paſſata pel meridiano in giugnere alla ſua altezza minima; e ſi ſottragga dall' altezza meridiana corretta, nel caſo che la ſtella è paſſata pel meridiano in giugnere alla ſua altezza maſſima. La ſomma, che ſi ha nel primo caſo, e 'l reſiduo, che naſce nel caſo ſecondo, dà l'altezza cercata del polo ſettentrionale. Se poi la ſtella in miſurare la ſua altezza meridiana è ſtata nel quadrante ZH; allora la declinazione della ſtella, ſe è ſettentrionale ſi ſottragga dalla ſua altezza meridiana corretta, e s' è auſtrale, s' aggiunga. La ſomma, che ſi ha nel primo caſo, ed il reſiduo, che naſce nel caſo ſecondo, dà l' altezza dell' equatore, e 'l ſuo complimento a 90° dà l' altezza cercata del polo ſettentrionale. Fig. 12

## AVVERTIMENTO IV.

133. Si noti di più che quando coll' ajuto della declinazione d' una ſtella ſi vuole determinare l' altezza del polo d' un luogo, ſi può anche far uſo d'ogni altra altezza della medeſima ſtella, diverſa dall' altezza meridiana: però in tal caſo biſogna miſurare non ſolamente un' altezza della ſtella, e correggerla della ſua refrazione, ma qualche altro dato conducente alla ſoluzione del problema. In fatti ſia S la ſtella, e s'intendano menati gli archi PB del ſuo cerchio di declinazione, e ZA del ſuo cerchio verticale. Con miſurare l' altezza della ſtella, e correggerla della conveniente refrazione, ſi fa noto l' arco AS, e conſeguentemente SZ. E' nota la declinazione BS, e conſeguentemente l' arco PS. Dunque nel triangolo ſferico SZP ſono noti ſolamente due lati SZ, SP. Sicchè per determinare ZP, e conſeguentemente l' altezza del polo PO, conviene aver noto di più o l'angolo azzimuttale SZP, che in miſurare l' altezza della ſtella ſi può nel tempo iſteſſo coll' ajuto del quadrante determinare, o l'angolo orario ZPS, che ſi può avere coll' ajuto d' un orologio accomodato al moto delle ſtelle, miſurando con tale orologio il tempo, che impiega la ſtella a vederſi trasferita da S fino al meridiano, e riducendo tale tempo in gradi, e minuti cor-

corrispondenti. Per la qual cosa, determinati nel triangolo sferico SZP il lato SZ, complimento agli 90° dell' altezza della stella, SP, complimento agli 90° della declinazione, e l'angolo azzimuttale SZP, o l'angolo orario SPZ, coll' ajuto della Trigonometria sferica si può calcolare il lato ZP, e avere conseguentemente l'altezza cercata PO del polo. S' avverta però che se la declinazione della stella è dall' altra banda per rispetto dell' equatore, in tale caso PS dinota la somma della declinazione, e dell' arco di quadrante.

## AVVERTIMENTO V.

134. Si noti di vantaggio che in determinare l'altezza del polo d'un luogo, qualora sono già calcolate le tavole delle refrazioni astronomiche, possiamo interamente astenercene dall' uso delle declinazioni delle stelle. In fatti se nel triangolo sferico SZP si determinano secondo i modi già detti l'arco SZ, l'angolo azzimuttale SZP, e l'angolo orario ZPS; da sì fatte determinazioni coll' ajuto della Trigonometria sferica si possono ricavare le determinazioni dell'arco ZP, e conseguentemente dell'altezza del polo OP, e dell' arco PS, e conseguentemente della declinazione SB della stella. Sicchè con misurare l'altezza AS della stella, e correggerla della refrazione conveniente,

te,

te, l'angolo azzimuttale SZP, e 'l tempo, che impiega la ſtella da S fino al meridiano, quando è dalla banda d'oriente, o dal meridiano fino ad S, quando è dalla banda d'occidente, e conſeguentemente l'angolo orario SPZ; ſi può ſenza biſogno della declinazione della ſtella determinare l'altezza del polo; anzi ſi può dalle medeſime coſe determinate ricavare la determinazione della detta declinazione.

## AVVERTIMENTO VI.

Fig. 13 135. Contraſſegnino finalmente d'un luogo terreſtre HO l'orizzonte razionale, HZO il meridiano celeſte, EQ l'equatore, P il polo viſibile da tale luogo, Z il zenit, ed LM il parallelo deſcritto da una ſtella nelle rivoluzioni diurne, che s' interſeca coll' orizzonte HO in A dal lato d'oriente. S'intendano per A menati l'arco PB del cerchio di declinazione, procedente per A, e l'arco ZA del cerchio verticale, che procede pure per A. Qualora è determinata la declinazione AB della ſtella, ed è determinata l'altezza OP del polo, e conſeguentemente l'arco PZ; nel triangolo ſferico APZ ſono noti tutt'i lati, cioè il lato AP in conſeguenza della declinazione della ſtella, il lato PZ in conſeguenza dell'altezza del polo del luogo, e'l lato AZ, come arco di quadrante. Sicchè ſi può coll'ajuto del-

della Trigonometria sferica calcolare e l'angolo azzimuttale PZA, e l'angolo APZ, e conſeguentemente determinare e l'azzimutto AO della ſtella nello ſpuntare dall' orizzonte, e 'l tempo, che l' iſteſſa ſtella impiega a deſcrivere l'arco ſemidiurno AL. Ecco in che modo, data per riſpetto d'un luogo terreſtre l' altezza del polo, e data la declinazione d' una ſtella, ſi può determinare l'azzimutto dell' iſteſſa ſtella nel naſcere relativamente all' iſteſſo luogo, e conſeguentemente l' amplitudine ortiva, e 'l tempo, in cui ella deve apparire moſſa dall'oriente fino al meridiano, o la metà di quello, in cui deve apparire moſſa ſull' orizzonte. E perciò determinando del modo, che in ſeguito s' inſegnerà, in qual momento del giorno civile la ſtella paſſa pel meridiano dalla parte ſuperiore all' orizzonte, con facilità ſi determina in qual momento dell' iſteſſo giorno naſce, e in quale altro tramonta; ma di ciò ſe ne inſegnerà l'eſatta calcolazione nella fine di queſto libro.

CAP.

# CAP. IX.

*S' insegnano alcune operazioni fondamentali relativamente al Sole da premettere a tutte le altre.*

## PROBL. XIII.

136. *Determinare relativamente a un orologio esatto, adattato al moto delle stelle fisse, il momento del mezzogiorno coll' ajuto della linea meridiana.*

### SOLUZIONE.

Si notino con esattezza i tempi, che dimostra l'orologio, e quando l'immagine del Sole incomincia a toccare la meridiana con un suo lato, e quando cessa di toccarla col lato opposto.

La metà della somma di tali tempi dà il momento cercato del mezzogiorno relativamente all' orologio adoperato. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

ESEM-

## ESEMPIO.

*Sieno relativamente a un orologio, adattato al moto delle ſtelle fiſſe, il tempo dell' arrivo dell'immagine ſolare alla meridiana* $11^{or.}.59^{1}.28^{11}$, *e'l tempo, in cui l' iſteſſa immagine ceſſa di toccare la meridiana* $3^{1}.19^{11}$, *vale a dire* $12^{or.}.3^{1}.19^{11}$.

## CALCOLO.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Tempo* I° *notato* ----- | $11^{or.}$ | . | $59^{1}$ | . $28^{11}$ |
| *Tempo* II° *notato* ----- | 12 | . | 3 | . 19 |
| *Somma* ------ | 24 | . | 2 | . 47 |
| *ſua metà* ------ | 12 | . | 1 | . $23\frac{1}{2}$. |

Sichè relativamente all'orologio adoperato il mezzogiorno è a $12^{or.}.1^{1}.23^{11}\frac{1}{2}$.

## AVVERTIMENTO I.

137. Si noti che determinando relativamente all'iſteſſo orologio il mezzogiorno del dì ſeguente, ſi trova non corriſpondere al tempo determinato nel dì precedente, ma circa $4^{1}$ più tardi, cioè quando l' orologio ſecondo l'eſempio dato dinota non $12^{or.}.1^{1}.23^{11}\frac{1}{2}$, ma $12^{or.}.5^{1}.23^{11}\frac{1}{2}$ circa.

CO-

## COROLLARIO.

138. Quindi una rivoluzione diurna del Sole è più lunga d' una rivoluzione diurna delle ſtelle fiſſe di circa 4' ; e conſeguentemente in ogni giorno il Sole reſta relativamente alle ſtelle fiſſe di circa 4' all' oriente ; vale a dire che quelle ſtelle , che oggi paſſano col Sole pel meridiano , dopo un meſe vi paſſano circa due ore prima , dopo due meſi circa 4 ore prima ; e così procedendo innanzi. Per la qual coſa ogni ſtella paſſa pel meridiano nel corſo d' un anno una ſola volta inſieme col Sole, e non torna inſieme a paſſarvi , ſe non dopo un anno ; e conſeguentemente le ſtelle nel corſo dell' anno fanno una rivoluzione diurna di più del Sole .

## AVVERTIMENTO II.

139. In ſeguito ſi vedrà che i giorni ſolari non hanno per tutto l'anno una coſtante miſura: che di certa miſura ſono quattro volte l'anno, nel 10 di Febraro, nel 15 di Maggio, nel 26 di Luglio , e nel 2 di Novembre: e che da sì fatta miſura vanno ſucceſſivamente prima allontanandoſi in difetto , e poſcia avvicinandoſi tanto dal 10 di Febraro fino al 15 di Maggio , quanto dal 26 di Luglio fino al 2 di Novembre ;

e

e vanno poi ſucceſſivamente prima allontanandoſi in eccesſo, e poſcia avvicinandoſi tanto dal 15 di Maggio fino al 26 di Luglio, quanto dal 2 di Novembre fino al 10 di Febraro.

## PROBL. XIV.

140. *Determinare coll' ajuto del quadrante aſtronomico l' altezza meridiana apparente del lembo del Sole inferiore, o ſuperiore.*

### SOLUZIONE.

1. Quando ſi conoſce eſſere il Sole vicino a giugnere al meridiano, ſi metta il quadrante aſtronomico in ſito eſattamente verticale, e ſi dirigga il ſuo cannocchiale in modo al Sole, che il lembo di eſſo, di cui ſi vuole determinare l' altezza meridiana apparente, ſia al filo orizzontale dell' iſteſſo cannocchiale.

2. Si vada ſucceſſivamente accompagnando col quadrante il movimento del Sole, e mantenendo ſempre l' iſteſſo ſuo lembo al medeſimo filo; e ciò ſi faccia, finchè la ſua altezza ſegue a creſcere.

L' altezza maſſima, che ſi ha, quando ceſſa di creſcere, e incomincia a ſcemare, è l'altezza cercata del lembo del Sole. Ch' è ciò che biſognava determinare.

AV-

## AVVERTIMENTO.

141. Se in diverſi tempi dell' anno ſi determina l' altezza meridiana d' uno de' detti lembi, ſi trova tale altezza ora maggiore, e ora minore. Quanta, e quando tale altezza ſia nel corſo dell' anno la maſſima, quanta, e quando la minima, e quanta, e quando ſia di mezzana grandezza, ſi determinerà in ſeguito.

## PROBL. XV.

142. *Determinare col quadrante aſtronomico il diametro apparente del Sole.*

### SOLUZIONE.

Si miſurino le altezze meridiane de' due lembi del Sole, cioè dell' inferiore, e del ſuperiore nel medeſimo giorno; il che ſi può fare o da due oſſervatori con due quadranti diverſi, o da un ſolo oſſervatore diligente con un iſteſſo quadrante, miſurando l' altezza dell'uno immediatamente dopo miſurata quella dell' altro, ſenza frapporre tra l'una, e l'altra miſura tempo aſſai ſenſibile.

La differenza di tali altezze miſurate dà il diametro apparente del Sole in minuti. Ch' è ciò, che biſognava determinare.

AV-

## AVVERTIMENTO I.

143. Vi ſono altri metodi di determinare il diametro del Sole ; però tali metodi s'inſegneranno, quando ſaranno già premeſſi i fondamenti di eſſi . E d' avvertire intanto che con determinare gli Aſtronomi il diametro del Sole in diverſi tempi dell' anno , ſi ſono accorti non apparire ſempre dell'iſteſſa grandezza, ed apparire della grandezza maſſima nella fine di Dicembre, della grandezza minima nella fine di Giugno, e della grandezza mezzana nella fine di Marzo, e nel principio d' Ottobre. Co' metodi i più accurati s'è finalmente giunto a determinare il diametro apparente maſſimo di $32^{I}.35^{II}.8$, il mezzano di $32^{I}.3^{II}.4$, e'l minimo di $31^{I}.31^{II}$. Intanto circa le miſure di tale diametro ci rapportiamo a quelle , che ſi trovano regiſtrate nelle tavole aſtronomiche del Signor de la Lande.

## AVVERTIMENTO II.

144. Si noti che apparendo nel corſo dell' anno il diametro del Sole ora di una grandezza, e ora di un' altra; ſarà nel corſo dell'anno il Sole ora a una diſtanza dalla terra, e ora ad un' altra . S' intendano eſſere OC , OA due diſtanze dalla terra , Fig. 14.

alle quali ſi trova il Sole in due tempi diverſi dell' anno ; e ſieno CE , AB gli archi de' cerchi eſiſtenti nel piano dell' iſteſſo meridiano ; che occupa la grandezza del diametro ſolare alle due dette diſtanze : Sarà l'arco CE = AB: S'intendano tirati i raggi OE ; OB ; e 'l raggio OB s'intenda prolungato in D : Sarà il diametro apparente del Sole alla diſtanza OA al diametro apparente del Sole alla diſtanza OC ; come l'arco CD all' arco CE: Ma CD : CE = CD : AB = OC : OA : Sicche il diametro apparente del Sole alla diſtanza OA ſta al diametro apparente del Sole alla diſtanza OC ; come la diſtanza OC alla diſtanza OA.

## COROLLARIO I.

145. Quindi le grandezze del diametro apparente del Sole nelle diverſe diſtanze dalla terra ſono in ragione reciproca delle medeſime diſtanze. E perciò il Sole è alla diſtanza maſſima dalla terra nella fine di Giugno, alla diſtanza minima nella fine di Dicembre , e alla diſtanza mezzana nella fine di Marzo , e nel principio d' Ottobre.

## COROLLARIO II.

146. Trovandoſi il Sole nell' inverno relativamente all' emiſfero ſettentrionale alla minima diſtanza dalla terra , e alla maſ-

ſi-

ſima relativamente all' emiſfero auſtrale ; ſarà in pari circoſtanze l'inverno più rigido relativamente agli abitanti dell'emiſfero auſtrale, che relativamente agli abitanti dell' emiſfero ſettentrionale.

## AVVERTIMENTO III.

147. Si noti pure che in determinare il diametro apparente del Sole coll' ajuto delle altezze meridiane de' due detti lembi , non occorre tener conto nè della refrazione , nè della parallaſſe ; perchè tali altezze , eſſendo di picciola differenza , non poſſono ricevere e dalla refrazione, e dalla parallaſſe alterazioni ſenſibilmente diverſe.

## AVVERTIMENTO IV.

148. Si noti finalmente che, determinata qualunque altezza apparente del lembo inferiore , o ſuperiore del Sole coll' ajuto del quadrante aſtronomico , e altezza meridiana, o non meridiana, ſi ha l'altezza apparente del ſuo centro, con aggiugnere all' altezza del lembo inferiore , o con togliere dall'altezza del lembo ſuperiore la metà del diametro apparente del Sole della miſura , che allora l' appartiene . Così ſe a 13 di Giugno del 1781 s' è trovata l' altezza apparente del lembo inferiore del Sole 3 ora prima del mezzogiorno di $52^{\circ}. 18^{\prime}. 35^{\prime\prime}$;

essendo in tal tempo il diametro apparente del Sole di $31^{1}$. $31^{11}$, e conseguentemente il raggio di $15^{1}$. $45^{11}\frac{1}{2}$, sarà l'altezza apparente del Sole nel detto tempo di $52^{o}$. $34^{1}$. $20^{11}\frac{1}{2}$.

## PROBL. XVI.

149. *Determinare la parallasse orizzontale del Sole.*

### SOLUZIONE.

1. Per più giorni prima della determinazione da fare si vada riducendo il moto d'un orologio esattissimamente al moto delle stelle fisse; e nel giorno precedente alla determinazione della parallasse si determini coll'ajuto della meridiana relativamente al detto orologio il mezzogiorno.

Fig. 15. 2. Contrassegnino del luogo dell'osservazione HO l'orizzonte, HZO il meridiano, P il polo visibile, e Z il zenit. Quando il Sole si trova a qualche altezza sull' orizzonte, prima di giugnere al meridiano; supposto essere allora ZA il verticale, in cui si trova il Sole, ed essere S il luogo vero, B il luogo ideale, e C il luogo apparente, si misurino col quadrante astronomico l'altezza apparente del lembo inferiore, o superiore del Sole, e l'angolo azzimuttale SZP; e si noti di più il tempo, che

che dimoſtra l'orologio.

3. Dell'altezza del detto lembo, e del conveniente ſemidiametro apparente del Sole ſe ne faccia la ſomma, o la differenza; e ſi ha l'altezza apparente AC del centro dell'iſteſſo Sole, la quale, corretta della conveniente refrazione, dà l'altezza ideale AB; e queſta, ſottratta dagli gr. 90, dà la diſtanza dal zenit ideale ZB del medeſimo centro.

4. S'aſpetti quando il Sole giugne al meridiano, e relativamente al medeſimo orologio ſi determini di nuovo il mezzogiorno coll'ajuto pure della meridiana. S'avrà in tempo ſidereo il tempo impiegato dal Sole da S fino al meridiano; e dalli due mezzi giorni già determinati relativamente all'orologio ſi rileverà anche in tempo ſidereo la lunghezza, che ha allora il giorno ſolare.

5. In ordine alla lunghezza del giorno ſolare determinata in tempo ſidereo, al tempo ſidereo, che impiega il Sole da S fino al meridiano, e alle 24 ore ſolari ſi trova il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà il tempo ſolare impiegato dal Sole da S fino al meridiano; il quale tempo, ridotto in gr., e minuti alla ragione di gr. 15 a ora, dà, ſuppoſto eſſere PS l'arco di cerchio orario procedente per S, l'angolo orario ZPS.

6. Nel triangolo ſferico SZP, noti gli

angoli SZP, SPZ, e'l lato PZ, complimento agli gr. 90 dell' altezza del polo, che ſi ſuppone già determinata, ſi determini coll' ajuto della Trigonometria ſferica il lato SZ; il quale lato ZS, ſottratto da ZB, dà la parallaſſe SB corriſpondente alla diſtanza dal zenit ideale BZ.

7. Finalmente in ordine al ſeno della diſtanza dal zenit ideale ZB, al ſeno maſſimo, e alla parallaſſe SB già determinata ſi trovi il quarto proporzionale; darà tale quarto proporzionale la parallaſſe orizzontale del Sole cercata. Ch'è ciò, che biſognava determinare.

## AVVERTIMENTO.

150. Vi ſono altri metodi adoperati dagli Aſtronomi per determinare la paralaſſe orizzontale del Sole; però noi non gli eſporremo, ſe non quando ne ſaranno ſviluppati i fondamenti di eſſi. Ci contentiamo qui di ſoggiugnere che co' metodi i più accurati s'è giunto finalmente a determinare di $9''$ la parallaſſe orizzontale del Sole, qualora ſi trova alla diſtanza mezzana dal centro della terra.

## COROLLARIO I.

151. S'è già dimoſtrato che le parallaſſi orizzontali d'un iſteſſo corpo celeſte alle di-

diverſe diſtanze dal centro della terra ſono in ragione reciproca delle medeſime diſtanze ( § 40 ) . S' è anche dimoſtrato che alle diverſe diſtanze dal centro della terra il Sole ha i ſuoi diametri apparenti pure in ragione reciproca delle iſteſſe diſtanze (§145). Dunque il Sole alle diverſe diſtanze dal centro della terra ha le ſue parallaſſi orizzontali in ragione de' ſuoi diametri apparenti . E perciò , eſſendo il diametro apparente del Sole alla diſtanza dal centro della terra

| | | |
|---|---|---|
| maſſima | = | $31^{I} . 31^{II}$ |
| mezzana | = | $32^{I} . 3^{II} . 4$ |
| minima | = | $32^{I} . 35^{II} . 8$ ; |

ſe in ordine a $32^{I} . 3^{II} . 4$, a $31^{I} . 31^{II}$, e a $9^{II}$ ſi trova il quarto proporzionale ; tale quarto proporzionale $8^{II} . 84$ dà la parallaſſe orizzontale del Sole alla maſſima ſua diſtanza dal centro della terra . Similmente ſe in ordine a $32^{I} . 3^{II} . 4$, a $32^{I} . 35^{II} . 8$, e a $9^{II}$ ſi trova pure il quarto proporzionale ; tale altro quarto proporzionale $9^{II} . 15$ dà la parallaſſe orizzontale del Sole alla minima ſua diſtanza dal centro dell' iſteſſa terra.

## COROLLARIO II.

152. Quindi la parallaſſe orizzontale del Sole ſi deve prendere di $9^{11}$ circa la fine di Marzo, e circa il principio d' Ottobre, di $9^{11}.15$ circa la fine di Dicembre, e di $8^{11}.84$ circa la fine di Giugno.

## COROLLARIO III.

153. Eſſendo in oltre la parallaſſe orizzontale d'un corpo celeſte alla parallaſſe, che ha a qualunque altezza, come il ſeno maſſimo al ſeno della ſua diſtanza dal zenit; determinate le parallaſſi orizzontali del Sole nelle diverſe ſtagioni dell' anno, è facile a determinare nel biſogno, ſecondo le diverſe ſtagioni, la parallaſſe corriſpondente a qualunque ſua altezza. Così ſe ſi vuole determinare la parallaſſe, che ha oggi il Sole a 15 di Giugno all'altezza di $52^{o}.13^{1}.18^{11}$, o ſia alla diſtanza dal zenit di $37^{o}.46^{1}.42^{11}$, baſta cercare in ordine al ſeno maſſimo, al ſeno di $37^{o}.46^{1}.42^{11}$, e alla parallaſſe orizzontale di $8^{11}.84$ corriſpondente alla fine di Giugno il quarto proporzionale; darà tale quarto proporzionale la parallaſſe cercata.

## COROLLARIO IV.

154. Essendo di vantaggio il seno di 30° la metà del seno massimo ; sarà la parallasse del Sole all' altezza di 60° la metà della parallasse orizzontale , e conseguentemente di $4^{11}\ \frac{1}{2}$ circa la fine di Marzo , e circa il principio d' Ottobre , di $4^{11}.\ 57$ circa la fine di Dicembre, e di $4^{11}.42$ circa la fine di Giugno.

## COROLLARIO V.

155. Di più essendo circa la fine di Marzo, e circa il principio d' Ottobre la parallasse orizzontale del Sole di $9^{11}$ ; se si fa come 9 : 1 , così il seno massimo al quarto proporzionale ; tale quarto proporzionale dà il seno della distanza dal zenit del Sole , alla quale distanza corrisponde nelle dette stagioni la parallasse di $1^{11}$ . Fatto il calcolo si trova tale distanza dal zenit di $6°.\ 22^{1}.\ 45^{11}$. Sicchè circa la fine di Marzo, e circa il principio d' Ottobre la parallasse del Sole è di $1^{11}$ all' altezza di $83°.\ 37^{1}.\ 15^{11}$; e perciò ad altezza maggiore non è da tenerne conto . Similmente si trova essere la parallasse del Sole di $1^{11}$ circa la fine di Dicembre all' altezza di $83°.\ 30^{1}.\ 17^{11}$, e circa la fine di Giugno all' altezza di $83°.\ 43^{1}.\ 33^{11}$.

CO-

## COROLLARIO VI.

156. Finalmente, posta del Sole la distanza dal centro della terra = D, e la parallasse orizzontale = P, essendo $D = \frac{1}{P}$ ( 57°. 17'. 44'' ) ( § 42 ); sarà del Sole in semidiametri terrestri la distanza dal centro della terra

massima = 23333
mezzana = 22918
minima = 32542.

Pel la qual cosa il Sole nella fine di Dicembre si trova più vicino alla terra, che nella fine di Giugno di 791 semidiametri terrestri; vale a dire, essendo il semidiametro terrestre di miglia italiane 3439, di miglia italiane 2720249.

## PROBL. XVII.

157. *Determinare in qualunque giorno dell' anno l'altezza meridiana vera del Sole coll'ajuto del quadrante astronomico.*

## SOLUZIONE.

1. Si misuri coll' ajuto del quadrante l' altezza meridiana apparente del lembo inferiore, o superiore del Sole [ § 140 ); e se l' aggiunga, o se ne sottragga il semidiametro apparente della misura conveniente. S' avrà l' altezza apparente del centro del Sole.

2. Da sì fatta altezza apparente del centro, già determinata, se ne sottragga la corrispondente refrazione, e al residuo s' aggiunga la corrispondente parallasse.

S' avrà in tal modo l' altezza meridiana vera del Sole pel giorno dell' operazione.

Ch' è ciò, che bisognava determinare.

## AVVERTIMENTO I.

158. Dell' istesso modo si può determinare qualunque altra altezza vera del Sole non meridiana.

## AVVERTIMENTO II.

159. Si noti che se l' altezza meridiana vera del Sole, già determinata, si paragona coll' altezza dell'equatore anche determinata, la differenza di esse dà la declinazione, che ha il Sole nel mezzogiorno; la quale declinazione dal 21 di Marzo fino al 22 di

Set-

Settembre è ſettentrionale, e nel reſto dell' anno è meridionale.

## AVVERTIMENTO III.

160. Se per tutto l'anno ſi vanno giorno per giorno determinando le declinazioni meridiane del Sole; ſi trova 1°. che nel 21 di Marzo, e nel 22 di Settembre ſono o affatto nulle, o piccioliſſime, comechè nulle qualche tempo prima, o dopo i mezzigiorni; 2°. che nel 21 di Giugno, e nel 21 di Dicembre ſono maſſime, ed eguali, ſebbene l'una ſettentrionale, e l'altra meridionale; 3°. che dal 21 di Marzo fino al 21 di Giugno procedono continuamente creſcendo dalla banda ſettentrionale, e continuamente poi decreſcendo dal 21 di Giugno fino al 22 di Settembre; 4°. che dal 22 di Settembre fino al 21 di Dicembre procedono continuamente creſcendo dalla banda meridionale, e continuamente poi decreſcendo dal 21 di Dicembre fino al 21 di Marzo; e 5°. finalmente che le ugualmente diſtanti e dalle maſſime, e dalla nulle sì dalla banda ſettentrionale, che dalla banda meridionale ſono tra eſſe uguali.

## COROLLARIO.

161. Avendo non i cerchi minori, ma ogni cerchio maſſimo della ſfera, inclinato all'

all'equatore con qualunque angolo, due punti della periferia alla periferia dell' equatore, e conſeguentemente di niuna declinazione; due altri di declinazioni maſſime, uguali, e di ſpezie oppoſte; e di uguali declinazioni gli ugualmente diſtanti e da quei, che non hanno declinazione alcuna, e da quei, che hanno declinazioni maſſime, sì dall' una, che dall' altra banda. Dunque il Sole nel corſo dell' anno appariſce eſſere ſempre nella periferia d' un cerchio maſſimo della sfera, e appariſce, rimanendo in ogni rivoluzione diurna all' oriente per riguardo delle ſtelle, deſcrivere tale periferia, procedendo dall' occidente verſo l' oriente.

## AVVERTIMENTO IV.

162. Si noti finalmente che il cerchio, per la cui periferia appariſce il Sole girare in un anno, procedendo dall' occidente all' oriente, s' è detto chiamarſi *eclittica*. Quale intanto ſia il modo di determinare la poſizione dell' eclittica relativamente all' equatore, s' inſegnerà dopo aver inſegnate più altre coſe, che tale determinazione ſuppone.

CAP.

# CAP. X.

*S' insegna a determinare con esattezza relativamente a qualunque orologio a pendolo, conosciuta l' equabilità del suo moto, coll' ajuto delle altezze uguali del Sole il momento del mezzogiorno, e quanto a sì fatta determinazione ha immediato rapporto.*

## PROBL. XVIII.

163. *Determinare relativamente a un esatto orologio a pendolo in qualunque giorno dell' anno coll' ajuto di altezze uguali del Sole il momento del mezzogiorno.*

### SOLUZIONE.

1. Circa 2, o 3 ore prima del mezzogiorno, che a un di presso sempre si sa, si misuri col quadrante astronomico dalla banda orientale l' altezza del lembo del Sole inferiore, o superiore; e si noti il tempo, che dimostra allora l' orologio.

2.

2. Dopo mezzogiorno s'aſpetti il ritorno dell'iſteſſo lembo alla medeſima altezza; e nel momento; in cui s'oſſerva accadere tale ritorno dalla banda occidentale, ſi noti pure il tempo, che dimoſtra l'orologio.

3. Suppoſto eſſere ſtato il tempo primo notato di $9^{or.}\ 58^{I}.\ 48^{II}$; e'l tempo ſecondo di $2^{or.}.\ 3^{I}.\ 36^{II}$, ſi ſommi il tempo primo $9^{or.}.\ 58^{I}.\ 48^{II}$ col tempo ſecondo, accreſciuto di ore 12; cioè con $14^{or.}.\ 3^{I}.\ 36^{II}$; e della ſomma $24^{or.}.\ 2^{I}.\ 24^{II}$ ſe ne determini la metà $12^{or.}.\ 1^{I}.\ 12^{II}$. Sarà ſtato il mezzogiorno cercato, quando l'orologio adoperato dinotava $1^{I}.\ 24^{II}$.

Ch'è ciò, che biſognava determinare.

## AVVERTIMENTO I.

164. Gli Aſtronomi per sì fatte determinazioni non ſi contentano di due altezze uguali, ma ne prendono ſucceſſivamente circa una diecina la mattina, ed altrettante uguali ad eſſe dopo il mezzogiorno; e dagli tempi notati in giugnere l'iſteſſo lembo del Sole a ciaſcuna coppia di tali altezze uguali rilevano tante volte il mezzogiorno, quante volte l'addita il numero di sì fatte coppie di altezze. Or è difficile che non vi ſia qualche leggiera differenza tra 'l tempo del mezzogiorno determinato in conſeguenza d'una delle dette coppie di altezze, e quello, che viene determinato in conſeguenza

di

di ciaſcuna delle altre coppie . Perciò ſommano inſieme tutt' i detti tempi, e la ſomma la dividono pel numero de' medeſimi tempi ſommati , per avere col quoziente il il tempo cercato del mezzogiorno con maggiore eſattezza . Così ſe relativamente a un orologio il mezzogiorno del 3 di Luglio è ſtato determinato in conſeguenza di tre coppie di altezze uguali , e per la prima coppia s'è trovato accadere , quando l'orologio dinotava $1^{I}$ . $12^{II}$ , per la ſeconda , quando dinotava $1^{I}$ . $15^{II}$ , e per la terza quando dinotava $1^{I}$ . $8^{II}$ . Eſſendo la ſomma di tali tre tempi $3^{I}$ . $35^{II}$ , e 'l terzo di tale ſomma $1^{I}$ . $11^{II}\ \frac{1}{3}$ ; ſarà il mezzogiorno del 3 di Luglio accaduto, quando l'orologio dinotava $1^{I}$ . $11^{II}\ \frac{1}{3}$ .

## AVVERTIMENTO II.

165. Si noti che il tempo del mezzogiorno, determinato del modo già inſegnato, non è eſatto , ma ha biſogno di correzione . In fatti contraſſegnino d' un luogo terreſtre HO l' orizzonte razionale HZO il meridiano , P il polo viſibile, e Z il zenit; e contraſſegnino di più A , e C i due luoghi veri del Sole ne' momenti , ne' quali ſi miſurano due ſue altezze uguali, una prima del mezzogiorno, e l' altra dopo. S'intendano per A , e C menati e gli archi ZB , ZD de' verticali, procedenti per A , e C , e gli

Fig. 16

e gli archi PA, PC de' cerchi di declinazioni, procedenti pure per A, e C. Sarà l'arco ZA = ZC. Se il Sole in procedere da A a C, per effetto della rivoluzione diurna, non mutaſſe declinazione, ſarebbe l'arco PA = PC; onde ne' triangoli AZP, CZP ſarebbero i tre lati AZ, ZP, PA riſpettivamente uguali agli tre CZ, ZP, PC; e perciò ſarebbero uguali anche gli angoli orarj APZ, CPZ. Sicchè quanto tempo il Sole impiegherebbe ad apparire moſſo da A fino al meridiano, altrettanto ne impiegherebbe ad apparir moſſo dal meridiano fino a C; e conſeguentemente il mezzogiorno caderebbe nella metà del tempo, in cui il Sole apparirebbe moſſo da A, eſiſtente nell'emiſfero orientale, fino a C, eſiſtente nell'emiſfero occidentale. Ma mutandoſi la declinazione del Sole durante tale tempo, non è l'arco PA = PC; e perciò non è l'angolo orario APZ = CPZ. Onde il mezzogiorno non può cadere preciſamente nella metà del detto tempo. Quindi il mezzogiorno, determinato del modo già inſegnato, ha biſogno di correzione.

## AVVERTIMENTO III.

166. Per avere intanto sì fatta correzione, ſi deve procedere a queſto modo. 1. Si debbono determinare i due angoli orarj APZ, CPZ. 2. Si deve cercare il

quarto proporzionale in ordine alla ſomma de' due angoli orarj APZ , CPZ , all' angolo orario APZ , e al tempo , che miſura l' orologio intanto che il Sole appariſce moſſo da A a C ; darà tale quarto proporzionale il tempo , in cui il Sole deve apparire moſſo da A fino al meridiano. Si farà noto anche il tempo della traslazione del Sole dal meridiano fino a C. 3. Di tali due tempi determinati , cioè di quello della traslazione del Sole da A fino al meridiano, e dell' altro della traslazione dell' iſteſſo Sole dal meridiano fino a C , ſe ne deve fare la differenza, e di tale differenza ſe ne deve prendere la metà. Darà tale metà di tempo la correzione cercata ; la quale correzione, per avere relativamente all'orologio adoperato il vero momento del mezzogiorno, è d' aggiugnere al tempo del mezzogiorno , determinato del modo inſegnato nel probl. , qualora l' angolo APZ è maggiore di CPZ, ed è da ſottrarre , qualora il detto angolo orario APZ è minore di CPZ .

## AVVERTIMENTO IV.

167. Si noti di vantaggio che l' angolo orario APZ è maggiore di CPZ , quando AP è minore di CP ; ed è minore , quando AP è maggiore di CP. Sicchè, per avere il vero momento del mezzodì, la detta correzione è d'aggiugnere al tempo del mezzodì, de-

determinato del modo insegnato nel probl., quando il Sole colla sua declinazione procede discostandosi dal polo visibile, cioè quando procede ne' segni discendenti, come accade relativamente a noi dal 21 di Giugno fino al 21 di Dicembre; ed è da sottrarre, quando l' istesso Sole colla sua declinazione procede avvicinandosi al polo visibile, cioè procede ne' segni ascendenti, come accade relativamente a noi dal 21 di Dicembre fino al 21 di Giugno.

## COROLLARIO.

168. Quindi il mezzodì non divide esattamente in due parti uguali il tempo, che scorre dal nascere al tramontare del Sole, ma s'avvicina per rispetto di noi per quanto importa la detta correzione al nascere dal 21 di Dicembre fino al 21 di Giugno, e al tramontare dal 21 di Giugno fino al 21 di Dicembre.

## AVVERTIMENTO V.

169. Resta solamente da vedere in che modo si debbono calcolare i due angoli orarj APZ, CPZ; ed eccone il metodo. Misurate le due altezze apparenti uguali dell' istesso lembo del Sole, se ne rilevino le altezze vere AB, DC del centro dell' istesso Sole (§ 158). Si renderanno noti gli ari

chi AZ, CZ uguali. Onde ne' triangoli sferici AZP, CZP ſono già noti in uno i lati AZ, ZP, e nell' altro i due lati CZ, ZP. Se in oltre, in miſurare le dette altezze apparenti, ſi miſurino anche gli angoli azzimuttali AZP, CZP; ſi hanno allora ne' detti triangoli tutt'i dati neceſſarj per calcolare i detti angoli orarj: o pure ſe ſi determinano la declinazioni, che ha il Sole ne' momenti, ne' quali appariſce eſſere col ſuo centro ne' punti A, e C; ſi rendono noti allora gli archi AP, CP, e ſi hanno conſeguentemente pure ne' detti triangoli tutt' i dati neceſſarj per calcolare i medeſimi angoli orarj. Quindi i detti angoli orarj APZ, CPZ ſi poſſono calcolare e coll' ajuto degli angoli azzimuttali AZP, CZP miſurati, e coll' ajuto delle declinazioni del Sole, determinate relativamente agli momenti, ne' quali i ſuoi luoghi veri ſono i punti A, e C. Premeſſe intanto tali coſe, venghiamo ora ad eſporre in che modo relativamente a un orologio a pendolo, conoſciuto equabile nel ſuo movimento, ſi può determinare il vero momento del mezzogiorno, avvalendoci de' fondamenti già ſtabiliti. Perciò ſia il

## PROBL. XIX.

170. *Inſegnare il metodo di determinare per qualunque giorno dell' anno, e relativamente a un orologio a pendolo, conoſciuto equabile nel ſuo*

*suo movimento, il vero momento del mezzogiorno coll'ajuto delle altezze uguali del Sole, e delle sue declinazioni.*

## SOLUZIONE.

Sia da doversi determinare il vero momento del mezzodì del 5 di Luglio.

1. Si determinino a un di presso, secondo il metodo già insegnato, relativamente a un orologio a pendolo, e successivamente i mezzidì de' giorni 4, 5, e 6 di Luglio; e sieno quando l'orologio dinotava per rispetto del primo $3^{1}.58^{11}$, per rispetto del secondo $5^{1}.15^{11}$, e per rispetto del terzo $6^{11}.32^{11}$. Sicchè l'orologio in $24^{or.}$ accelera di $1^{1}.17^{11}$; vale a dire che misura il tempo da un mezzogiorno all'altro non con $24^{or.}$, ma con $24^{or.}.1^{1}.17^{11}$.

2. Si determinino in tutti e tre i detti giorni le altezze meridiane vere del Sole; e da tali altezze si ricavino le declinazioni vere del Sole, e di quanto conseguentemente variano e dal mezzogiorno del dì 4 fino al mezzogiorno del dì 5, e dal mezzogiorno del dì 5 fino al mezzogiorno del dì 6.

3. Supposto che del dì 5 l'altezza del Sole prima del mezzogiorno sia stata osservata, quando l'orologio dimostrava $9^{or.}.51^{1}.57^{11}$; vale a dire $2^{or.}.13^{1}.18^{11}$ prima del mezzogiorno del dì 5, e conseguentemente $21^{or.}.47^{1}.59^{11}$ dopo il mezzogiorno del

dì 4; e l' altezza dopo il mezzogiorno ſia ſtata oſſervata, quando l' orologio dimoſtrava $2^{or.}$ . $18^{i}$ . $33^{ii}$, vale a dire $2^{or.}$ . $13^{i}$ . $18^{ii}$ dopo il mezzogiorno. Si trovi in ordine a $24^{or.}$ . $1^{i}$ . $17^{ii}$, tempo miſurato dall' orologio da un mezzodì all' altro, a $21^{or.}$ . $47^{i}$ . $59^{ii}$, tempo miſurato dall' iſteſſo orologio dal mezzodì del giorno 4 fino al momento, in cui fu nel giorno 5 oſſervata l' altezza del Sole prima del mezzodì, e alla variazione della declinazione ſolare dal mezzogiorno del dì 4 fino al mezzogiorno del dì 5 il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà di quanto s' è variata la declinazione del Sole dal mezzodì del 4 fino al detto momento, in cui fu oſſervata l' altezza del Sole prima del mezzodì. E quindi ſi determina la declinazione del Sole per sì fatto momento; e conſeguentemente, ſuppoſto eſſere ſtata in tale momento AB l' altezza vera del Sole, ſi determina l' arco AP. Similmente ſi trovi in ordine a $24^{or.}$ . $1^{i}$ . $17^{ii}$, tempo miſurato dall' orologio da un mezzogiorno all' altro, a $2^{or.}$ . $13^{i}$ . $18^{ii}$, tempo miſurato dall' iſteſſo orologio dal mezzodì del 5 fino al momento, in cui fu nell' iſteſſo giorno oſſervata l' altezza del Sole dopo il mezzodì, e alla variazione della declinazione ſolare dal mezzogiorno del 5 fino al mezzogiorno del 6 il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà di quanto s' è variata la declina-

zio-

zione del Sole dal mezzodì del 5 fino al detto momento, in cui fu offervata l'altezza del Sole dopo l'iſteſſo mezzodì. E quindi ſi determina la declinazione del Sole per tale altro momento; e conſeguentemente, ſuppoſto eſſere ſtata in sì fatto momento CD l'altezza vera del Sole, ſi determina l'arco CP.

4. Dalle altezze apparenti dell'iſteſſo lembo del Sole, miſurate nel dì 5, ſi ricavino le altezze vere del Sole AB, CD (§ 157). Si faranno note ancore le diſtanze vere dal zenit, cioè gli archi AZ, CZ.

5. Noti tutti i lati sì nel triangolo ſferico AZP, che nell'altro CZP, ſi determinino gli angoli orarj APZ, CPZ coll'ajuto della Trigonometria ſferica.

6. Si cerchi in ordine alla ſomma degli angoli orarj APZ, CPZ, al ſolo angolo orario APZ, e al tempo miſurato dall'orologio intanto che il Sole è proceduto da A fino a C il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà il tempo miſurato dall'orologio durante l'andata del Sole da A fino al meridiano. Si fa noto anche il tempo miſurato dall'iſteſſo orologio durante l'andata del Sole dal meridiano fino a C.

7. Si determini la differenza di tali tempi, cioè del tempo miſurato dall'orologio durante l'andata del Sole da A al meridiano, e dell'altro miſurato dall'iſteſſo orologio durante l'andata del Sole dal meridiano

fino a G; e di tale differenza ſe ne prenda la metà. S'avrà in tal modo la correzione da dare al mezzogiorno a un di preſſo determinato.

8. Finalmente sì fatta correzione, trovandoſi il Sole nel propoſto caſo ne' ſegni diſcendenti, s'aggiunga al mezzogiorno del dì 5 di Luglio, già a un di preſſo determinato. La ſomma darà il vero mezzogiorno del detto dì relativamente all' orologio adoperato.

Ch'è ciò, che biſognava inſegnare.

## AVVERTIMENTO I.

171. Derivando la picciola differenza degli angoli orarj APZ, CPZ dalla differenza de' lati AP, CP, e queſta dalla variazione, che ſoffre il Sole in declinazione in procedere nella rivoluzione diurna da A a C: ſe ſi cerca la variazione dell' angolo orario APZ, data la detta variazione di declinazione del Sole, o ſia la variazione, che deve ſoffrire AP per divenire uguale a CP; tale variazione dell'angolo orario APZ dà la differenza de' detti angoli orarj APZ, CPZ. Or pel § 139 della Trig. ſferica ſta

$$var.\ AP : var.\ APZ = 1 : \frac{cotan.\ PZ}{sen.\ APZ} \mp \frac{cotan.\ AP}{tang.\ APZ}.$$

Sicchè

$$var.\ APZ = var.\ AP \left( \frac{cotan.\ PZ}{sen.\ APZ} \mp \frac{cotan.\ AP}{tang.\ APZ} \right).$$

E perciò esprimendo *var.* AP la variazione, che soffre il Sole in declinazione, procedendo da A a C nella rivoluzione diurna, e che contrassegniamo con *var.* decl. sola.; *cotan.* PZ la tangente dell' altezza del polo, o sia della latitudine del luogo, e che contrassegniamo con *tang.* latit.; e *cotan.* AP la tangente della declinazione del Sole in A, e che contrassegniamo con *tang.* decl. sola.; sarà la differenza de'detti angoli orar.=

$$var.\text{decl.sola.} \left( \frac{tang.\ latit.}{sen.\text{ang.orar.}} \mp \frac{tang.\text{decl.sola}}{tang.\text{ang.or.}} \right).$$

CO.

## COROLLARIO.

172. Quindi, determinate le declinazioni, che ha il Sole, quando appariſce in A, e C, e conſeguentemente determinata la differenza di sì fatte declinazioni, e calcolato del modo già inſegnato l'angolo orario APZ, coll' ajuto della precedente formola ſi può calcolare la differenza degli angoli orarj APZ, CPZ: anzi ſe ſi cercherà in ordine al doppio dell'angolo orario APZ, accreſciuto, o diminuito della determinata differenza d'ambidue, ſecondochè il Sole ſarà ne'ſegni aſcendenti, o diſcendenti, alla metà della medeſima differenza, e al tempo miſurato dall' orologio, durante il moto del Sole da A a C, il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale darà la correzione da dare al mezzogiorno, a un di preſſo determinato del modo inſegnato nel § 163 relativamente all' orologio adoperato, o ſia il tempo da togliere, o da aggiugnere, ſecondochè il Sole ſarà ne' ſegni aſcendenti, o diſcendenti, al detto mezzogiorno, per avere relativamente al medeſimo orologio il vero, e preciſo momento del mezzogiorno.

## AVVERTIMENTO II.

173. Si noti che nella formola precedente ha luogo il ſegno ——, quando AP è la differenza della declinazione del Sole dall'arco del quadrante, cioè che la declinazione è dal lato del polo viſibile; ed il ſegno +, quando AP è la ſomma del detto arco del quadrante, e della declinazione del Sole, cioè che la declinazione è dal lato del polo inviſibile. E perciò relativamente a noi ha luogo il ſegno — dal 21 di Marzo fino al 22 di Settembre, e 'l ſegno + dal 22 di Settembre fino al 21 di Marzo.

## AVVERTIMENTO III.

174. Dinotando la formola già determinata la differenza de'detti angoli orarj; perchè tali angoli s'accreſcono, e ſi diminuiſcono nella ragione di gr. 15 a ora, o ſia della 24$^{ma}$ parte del giorno ſolare; perciò la 30$^{ma}$ della medeſima formola, ovvero $\frac{1}{30}$ *var.* decl. ſola. $\left(\frac{\textit{tang.}\text{ latit.}}{\textit{ſen.}\text{ ang. orar.}} \mp \frac{\textit{tang.}\text{ decl. ſola.}}{\textit{tang.}\text{ ang. orar.}}\right)$ dà la formola della correzione in tempo dà dare al mezzogiorno con-

concluſo in conſeguenza di altezze corriſpondenti del Sole.

## AVVERTIMENTO IV.

175. Di tale formola ne hanno fatto uſo il celebre de la Caille, e'l Sig^r. de la Lande in calcolare relativamente alla latitudine di Parigi, parte l'uno, e parte l'altro una tavola, dove ſi trovano regiſtrate le correzioni da dare per tutto l'anno agli mezzidì da concludere in conſeguenza di altezze corriſpondenti del Sole, relativamente a tutte le longitudini del Sole, che incominciano dal grado zero, e procedono ſempre coll' accreſcimento di gr. *6*, e agli tempi per ciaſcun mezzodì da concludere coll'ajuto di altezze corriſpondenti del Sole da prendere colle diſtanze dal medeſimo mezzodì di ore 1, $1\frac{1}{2}$, 2, $2\frac{1}{2}$, 3, $3\frac{1}{2}$, 4, $4\frac{1}{2}$, 5, $5\frac{1}{2}$, e *6*. Sì fatte calcolazioni però ſuppongono già determinata l'obbliquità dell' eclittica, e determinate sì le declinazioni, che ha il Sole ne' detti gradi dell' eclittica, che le variazioni di eſſe in 24 ore, per avere le variazioni, che biſognano nella calcolazione della formola. Di più ogni angolo orario nelle medeſime calcolazioni viene determinato in conſeguenza del tempo, per cui ſi trova differire dal mezzogiorno quello, in cui ſono determinate le altezze del Sole, che il fanno concludere.

AV-

## AVVERTIMENTO V.

176. L'uſo intanto di sì fatta tavola facilmente ſi comprende. Si ſupponga che ſi voglia determinare in Parigi relativamente a un orologio a pendolo, conoſciuto equabile nel ſuo moto, il vero mezzodì d' un giorno qualunque dell'anno. Ecco in che modo ſi deve procedere. I°. Relativamente all' orologio ſi determini a un di preſſo il mezzodì da conoſcere in conſeguenza di due altezze corriſpondenti del Sole, e di quanto differiſce da tale mezzodì ciaſcuno de'tempi, che dimoſtra l' orologio in giugnere il Sole alle due altezze corriſpondenti. Sia il mezzodì notato dall' orologio con $3^{1}.\ 42^{11}$, e ſia la detta differenza di tempo di ore $2\ \frac{3}{4}$. II°. Si cerchi nell' Efemeridi il grado dell' eclittica, a cui corriſponde il Sole nel giorno della determinazione del mezzodì. Sia tale grado il 26$^{mo}$ per eſempio di cancro. III. Nella tavola delle correzioni del mezzodì ſi cerchi in corriſpondenza delle ore $2\frac{1}{2}$ e la correzione corriſpondente al gr. 24 di cancro, e l'altra corriſpondente al gr. 30. Eſſendo la prima di sì fatte correzioni di $5^{11}.\ 7$, e l'altra di $7^{11}.\ 1$, ſarà la differenza di eſſe di $1^{9}.\ 4$. E perchè la differenza del gr. 24 di cancro dal gr. 30 porta la differenza di $1^{11}.\ 4$ nella correzione del mezzodì, qualora le altezze corriſpondenti del Sole

le ſono oſſervate in tempi diſtanti dall'iſteſſo mezzodì di ore 2 $\frac{1}{2}$ ; la differenza del gr. 24 di cancro dal gr. 26, qualora le altezze corriſpondenti del Sole ſono oſſervate in tempi diſtanti dal mezzodì di ore 2 $\frac{1}{2}$ , porterà la differenza di $0^{11}$. 5 nella detta correzione. E perciò la correzione del mezzodì corriſpondente al gr. 26 di cancro , e alle ore 2 $\frac{1}{2}$ non è $5^{11}$. 7, ma $6^{11}$. 2. Similmente ſi trovi la correzione di $6^{11}$. 6 corriſpondente al gr. 26 di cancro , e alle ore 3. IV°. Eſſendo la correzione del mezzodì corriſpondente al gr. 26 di cancro, e alle ore 2 $\frac{1}{2}$ di $6^{11}$.2, e la corriſpondente al gr. 26 di cancro, e alle ore 3 di $6^{11}$. 6 ; ſarà la differenza di tali correzioni di $0^{11}$ . 4. E perchè la differenza delle ore 2 $\frac{1}{2}$ dalle ore 3 porta la differenza di $0^{11}$. 4 nella correzione del mezzodì; la differenza delle ore 2 $\frac{1}{2}$ dalle ore 2 $\frac{3}{4}$ porterà nella detta correzione la differenza di $0^{11}$. 2. Sicchè la correzione del mezzodì corriſpondente al gr. 26 di cancro, e alle ore 2 $\frac{3}{4}$ non è di $6^{11}$. 2 , ma di $6^{11}$. 4. Per la qual coſa il mezzodì del ſuppoſto giorno in Parigi è quando il ſuppoſto orologio dà non $3^{1}$. $43^{11}$ , ma $3^{1}$. $49^{11}$. 4 , eſſendo nel ſuppoſto eſempio la correzione da aggiugnere , a cagione del ſegno di cancro , ch' è uno de' ſegni diſcendenti .

AV-

## AVVERTIMENTO VI.

177. Per rendere il Signor de la Lande univerſale l' uſo della detta tavola, ne ha data nella ſua Aſtronomia due altre, calcolate relativamente a tutte le longitudini del Sole, che incominciano dal grado zero, e procedono coll' accreſcimento ſempre di gr. 10, e agli tempi per ciaſcun mezzodì da concludere coll' ajuto d' altezze corriſpondenti del Sole da prendere colla diſtanza dal medeſimo mezzodì di $1^{or.}$ . $40^{1}$, $2^{or.}$, $2^{or.}$ . $20^{1}$, $2^{or.}$ . $40^{1}$, $3^{or.}$, $3^{or.}$ . $20^{1}$, $3^{or.}$ . $40^{1}$, $4^{or.}$ . Nella prima di sì fatte tavole ſi trova regiſtrata per ciaſcuna delle correzioni de' mezzidì la parte, che ſomminiſtra il termine $\frac{1}{30}$ *var.* decl. ſola. $\left( \mp \frac{\textit{tang.}\ \text{decl. ſola.}}{\textit{tang.}\ \text{ang. orar.}} \right)$, la quale è l' iſteſſa per tutte le latitudini, e regiſtrata colla indicazione, che l' appartiene, di doverſi aggiugnere, o togliere dal mezzodì, determinato del modo già inſegnato. Nell'altra poi ſi trova per ciaſcuna delle medeſime correzioni regiſtrata l' altra parte, che ſomminiſtra l' altro termine $\frac{1}{30}$ *var.* decl. ſola. $\left( \frac{\textit{tang.}\ \text{latit.}}{\textit{ſen.}\ \text{ang. orar.}} \right)$ del-

della medeſima formola, laſciatovi ſolamente il fattore *tang.* latit., ch' è diverſo, ſecondochè ſi varia il luogo, e per cui a tenore della latitudine del luogo, dove occorre farne uſo, ſi deve moltiplicare il numero conveniente di tale tavola; e ſi trova regiſtrata anche coll'indicazione, che l' appartiene da aggiugnere, o ſottrarre dal medeſimo detto mezzogiorno. L' uſo intanto di sì fatte due tavole facilmente ſi comprende da chi ha compreſo l' uſo di quella coſtrutta al medeſimo uopo per Parigi.

## AVVERTIMENTO VII.

178. Si noti di vantaggio che ſe nel triangolo ſferico AZP, determinati i lati AZ, AP ſecondo s' è antecedentemente inſegnato, e conoſciuto anche il lato ZP, come uguale all' altezza dell' equatore, ſi determina l' angolo PAZ, detto dagli Aſtronomi *angolo parallattico*; perchè pel § 139 della Trig. ſferica ſta pure
*var.* AP : *var.* APZ = *ſen.* AP × *ſen.* PAZ : R × *coſ.* PAZ;

ſarà

$$var.\ APZ = \frac{R \times var.\ AP \times cof.\ PAZ}{fen.\ AP \times fen.\ PAZ} = \frac{R^2 \times var.\ AP}{fen.\ AP \times tang.\ PAZ}$$

; cioè la differenza degli angoli orarj $= \frac{quad.\ \text{ſen. maſ.} \times cof.\ \text{decl. ſola.} \times tang.\ var.\ \text{decl. ſola.}}{}$. Quindi coll'ajuto di queſt' ang. paral.
altra formola, calcolato l'angolo orario APZ, ſi può determinare pure la correzione del mezzogiorno, procedendo del modo inſegnato nel § 172.

## AVVERTIMENTO VIII.

179. Si noti finalmente che ſapendo determinare relativamente a un orologio, conoſciuto equabile nel ſuo movimento, il vero momento del mezzogiorno, è facile a determinare relativamente al medeſimo orologio la giuſta lunghezza di qualſivoglia giorno ſolare, e ſe tale orologio accelera, o ri-

tarda per riſpetto del Sole. Perciò ſoggiugniamo il ſeguente

## PROBL. XX.

180. *Determinare relativamente a un orologio, conoſciuto equabile nel ſuo movimento, la giuſta lunghezza di qualſivoglia giorno ſolare; e determinare altresì ſe l'orologio per riſpetto del Sole accelera, o ritarda in tale giorno, e di quanto.*

### SOLUZIONE.

Si determini relativamente all'orologio il vero momento e del mezzodì, da cui incomincia il giorno da ſtabilirne la giuſta lunghezza, e del mezzodì, in cui termina.

Il tempo, che miſura l'orologio tra i due determinati mezzidì, dà relativamente a tale orologio la giuſta lunghezza del giorno ſolare.

Se tale tempo viene dinotato con più di ore 24, l'orologio allora accelera relativamente al moto del Sole; e ſe viene dinotato con meno di ore 24, allora ritarda: e di quanto il detto tempo dinotato dall'orologio eccede, o manca dalle ore 24, di tanto relativamente al moto del Sole l'orologio nel giorno miſurato accelera, o ritarda.

Ch'è ciò, che biſognava determinare.

CO-

## COROLLARIO I.

181. Sia dall'orologio dinotato il vero momento del mezzodì, in cui incomincia il giorno 20 di Luglio con $3^{I}$, $43^{II}$, e'l vero momento del mezzodì, in cui termina, pure con $3^{I}.43^{II}$. Dunque l'orologio adoperato misura il 20 di Luglio con $24^{or.}$, e conseguentemente va col moto del Sole.

## COROLLARIO II.

182. Sia poi dall'orologio dinotato il primo mezzodì del detto giorno con $3^{I}.43^{II}$, e'l secondo con $5^{I}.11^{II}$. Dunque in tale caso l'orologio misura il 20 di Luglio con $24^{or.}$, aggiuntovi l'eccesso di $5^{I}.11^{II}$ sopra $3^{I}.43^{II}$, o sia con $24^{or.}.1^{I}.28^{II}$; e conseguentemente l'orologio relativamente al Sole accelera di $1^{I}.28^{II}$.

## COROLLARIO III.

183. Sia finalmente dall'orologio dinotato il primo mezzodì dell'istesso detto giorno con $3^{I}.43^{II}$, e'l secondo con $1^{I}.58^{II}$. Dunque in tale altro caso l'orologio misura il 20 di Luglio con $24^{or.}$, toltone di quanto $1^{I}.58^{II}$ manca da $3^{I}.43^{II}$, o sia con $23^{or.}.58^{I}.15^{II}$; e conseguentemente l'o-

rologio relativamente al Sole ritarda di $1^{I}$; $45^{II}$.

## AVVERTIMENTO.

184. Si noti che se nel 20 di Luglio s'è offervato un fenomeno celeſte, quando l'orologio dinotava $7^{or.}$. $15^{I}$. $18^{II}$; ed intanto s'è trovato l'iſteſſo orologio notare con $3^{I}$. $43^{II}$ il vero mezzodì, da cui ha principiato tale giorno, e con $5^{I}$. $11^{II}$ l'altro mezzodì, in cui è terminato: volendo ſapere il vero tempo ſolare, in cui è accaduto il fenomeno, ſi deve procedere a queſto modo. Eſſendo principiato il 20 di Luglio, quando l'orologio dava $3^{I}$. $43^{II}$; ſe da $7^{or.}$. $15^{I}$. $18^{II}$ ſe ne tolgono $3^{I}$. $43^{II}$, il reſiduo $7^{or.}$. $11^{I}$. $35^{II}$ dà il tempo dinotato dall'orologio relativamente al mezzodì, o ſia al principio del 20 di Luglio. In oltre miſurando l'orologio il 20 di Luglio con $24^{or.}$. $1^{I}$. $28^{II}$, ſe in ordine a $24^{or.}$. $1^{I}$. $28^{II}$, a $24^{or.}$, e a $7^{o}$. $11^{I}$. $35^{II}$ ſi cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale $7^{or.}$. $11^{I}$. $9^{II}$ dà il vero tempo ſolare cercato, cioè il vero tempo ſolare, in cui è accaduto nel 20 di Luglio il fenomeno celeſte. Ecco in che modo ſi determina dagli Aſtronomi il vero tempo ſolare d'un'offervazione coll'ajuto d'un orologio, che non va regolato col moto del Sole; ed ecco nel tempo iſteſſo il perchè gli Aſtro-

ſtronomi non cercano altro negli orologj a pendoli, ſe non l' equabilità del moto.

## CAP. XI.

*S' inſegnano i modi di determinare gli equinozj coll' aſcenſione retta d' una ſtella, l'obbliquità dell'eclittica, ed i ſolſtizj.*

### PROBL. XXI.

185. *Inſegnare il modo di poter determinare l' equinozio di primavera, e l' aſcenſione retta d' una ſtella.*

SOLUZIONE.

Quando è vicino l' equinozio di primavera, adattato un orologio a pendolo al moto delle ſtelle fiſſe, ſi vadano giorno per giorno determinando sì il vero momento del mezzodì relativamente a tale orologio e coll' ajuto della meridiana, e coll' ajuto di altezze corriſpondenti del Sole, che l'altezza meridiana vera dell' iſteſſo Sole. Si conoſceranno le lunghezze di tali giorni relativamente all' orologio, e le declinazioni meridiane

del Sole ne'medeſimi giorni; le quali declinázioni prima dell' equinozio ſaranno tutte meridionali. Tali determinazioni ſi vadano continuando, finchè ſi abbia una declinazione meridiana del Sole o nulla, o di ſpezie oppoſta. Nel

## CASO I.

Si ſcelga nella notte ſeguente una ſtella, che paſſa pel meridiano circa 3 in 4 ore di notte, e coll'ajuto di altezze corriſpondenti dell'iſteſſa ſtella ſi determini relativamente al medeſimo orologio il momento di tempo, in cui tale ſtella paſſa pel meridiano. S'avverta intanto che il tempo del paſſaggio della ſtella pel meridiano, determinato in conſeguenza di ſue altezze corriſpondenti, non ha biſogno di correzione, come s'è detto relativamente al Sole; perchè la ſtella in ambedue le altezze corriſpondenti ſerba l' iſteſſa declinazione.

Il mezzodì, in cui la declinazione meridiana del Sole è ſtata nulla, dà il momento cercato dell' equinozio di primavera.

Il tempo poi miſurato dall' orologio tra tale mezzodì, e 'l paſſaggio della ſtella pel meridiano dà l' aſcenſione retta della ſtella in tempo ſidereo; onde, ridotto tale tempo in gradi, e minuti alla ragione di gr. 15 a ora, ſi ha in gradi, e minuti l'aſcenſione retta della ſtella. Nel

CA-

## CASO II.

Contraſſegnino LPQ il meridiano celeſte del luogo, EQ l' equatore celeſte, LM l' eclittica, B il luogo del Sole nel mezzodì del 20 di Marzo per eſempio, prima di giugnere al principio d' ariete A, e C il luogo del Sole nel mezzodì del 21 dopo ſcorſo pel detto principio, ed S il ſito della ſtella ſcelta. S' intenda eſſere P il polo ſettentrionale, e s'intendano menati gli archi PB, PD, PF di cerchi di declinazioni, procedenti per B, C, S. Dinoteranno BO la declinazione auſtrale del Sole nel mezzodì del 20 di Marzo, e DC la declinazione ſettentrionale nel mezzodì del 21. Fig. 17

1. Si cerchi in ordine alla ſomma di BO, DC, a BO, e al tempo miſurato dall' orologio dal mezzodì del 20 al mezzodì del 21 il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà il tempo miſurato dall'iſteſſo orologio dal mezzodì del 20 fino al momento dell' equinozio. E perciò ſe ſi fa come ſta il tempo miſurato dall' orologio dall' mezzodì del 20 fino al mezzodì del 21 al tempo miſurato dal mezzodì del 20 fino al momento dell' equinozio, così ore 24 al quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà il tempo ſolare ſcorſo dal mezzodì del 20 fino al momento dell' equinozio, e conſeguentemente determina in tempo ſola-

re l'equinozio di primavera.

2. Si determini nella ſeguente notte relativamente al medeſimo orologio del modo detto nel caſo 1. il momento del paſſaggio pel meridiano della ſtella S.

Darà il tempo miſurato dall' orologio dal mezzodì del 21 fino al detto momento del paſſaggio della ſtella S pel meridiano il tempo, in cui per effetto della rivoluzione diurna ſcorre pel meridiano l' arco DQF dell' equatore. E perciò ſe a tale tempo s' aggiugne l' altro miſurato dall'orologio dal momento dell' equinozio fino al mezzodì del 21, ſi ha il tempo miſurato dall'orologio durante lo ſcorrere pel meridiano l' intero arco AQF dell'equatore, e conſeguentemente ſi ha in tempo ſidereo l' aſcenſione retta della ſtella S. Per la qual coſa, ridotto tale tempo in gradi, e minuti alla ragione di gr. 15 a ora, ſi ha in gradi, e minuti l' aſcenſione retta della ſtella S.

Ch' è quanto biſognava inſegnare.

## AVVERTIMENTO.

186. Del modo già inſegnato ſi può determinare anche l'equinozio d'autunno. Procediamo intanto ad inſegnare in che modo, determinato l'equinozio di primavera, e determinata l'aſcenſione retta della ſtella S, ſi può determinare l' obbliquità dell' eclittica. Perciò ſia il

PRO-

## PROBL. XXII.

187. *Insegnare in che modo si può determinare l'obbliquità dell'eclittica.*

### SOLUZIONE.

1. Cinque, o sei giorni dopo determinato l'equinozio di primavera, e determinata l'ascensione retta della stella S, adattato un orologio a pendolo al moto delle stelle fisse, si determinino relativamente a tale orologio il vero momento del mezzodì, e 'l momento, in cui nella notte seguente passa pel meridiano la stella S; e si determini di più nell'istesso mezzodì l'altezza vera del Sole, e conseguentemente la sua declinazione meridiana. Sia G il luogo del Sole in sì fatto mezzodì, e per G s'intenda menato l'arco PH di cerchio di declinazione. Sarà nota la declinazione HG, che ha il Sole nell'istesso mezzodì, e sarà noto altresì il tempo misurato dall'orologio intanto che l'arco HQF dell'equatore è passato pel meridiano. Sicchè, ridotto tale tempo in gradi, e minuti in ragione di gr. 15 a ora, si rende noto in gradi, e minuti l'istesso arco HQF.

2. Si sottragga tale arco HQF dall'ascensione retta AQF della stella S, già prima determinata; il residuo rende nota l'ascen-

ſcenſione retta AH del Sole nel detto mezzodì.

3. Finalmente nel triangolo ſferico AHG, rettangolo in H, noti i lati AH, HG, ſi determini coll' ajuto della Trigonometria ſferica l'angolo ſferico HAG; s'avrà in tal modo l'obbliquità dell'eclittica.

Ch'è ciò, che biſognava inſegnare.

## AVVERTIMENTO I.

188. So che le aſcenſioni rette delle ſtelle non ſono coſtanti, e che ſi vanno di continuo variando per tre cagioni, per la preceſſione degli equinozj, per l'aberrazione della luce, e per la nuotazione dell'aſſe: però come le variazioni, che ricevono per sì fatte cagioni in pochi giorni ſono affatto inſenſibili; così s'è ſuppoſta l'aſcenſione della ſtella S qui da noi come coſtante nel corſo di cinque, o ſei giorni. Di sì fatte cagioni intanto, che variano le aſcenſioni rette delle ſtelle, ſe ne tratterà ne' luoghi opportuni, e ſe ne daranno le giuſte miſure. Mi piace di più di ſoggiugnere qui che l'obbliquità dell'eclittica ſi trova oggi di $23^{o}. 27^{1}. 58^{11}. 4$: però anche eſſa è ſoggetta a certa picciola variazione. Del reſto di sì fatta variazione ne tratteremo dopo ſviluppati i fondamenti.

AV-

## AVVERTIMENTO II.

189. Si noti che, conoſciuta l'obbliquità dell' eclittica, con determinare in ogni giorno la declinazione meridiana del Sole del modo già inſegnato, ſi può per ogni giorno calcolare e l'aſcenſione retta meridiana del Sole, e la longitudine. E ſi noti altresì che prima del ſolſtizio d'eſtà, ſuppoſta HG la declinazione meridiana, con determinare nel triangolo AHG i lati AH, AG, ſi hanno l'aſcenſione retta, e la longitudine; che dopo il ſolſtizio d' eſtà, e prima dell' equinozio d' autunno, ſuppoſta FK la declinazione meridiana del Sole, con determinare nel triangolo KFX i lati XF, XK, ſi hanno i complimenti a gr. 90 dell'aſcenſione retta, e della longitudine; che dopo l'equinozio d'autunno, e prima del ſolſtizio d'inverno, ſuppoſta NI la declinazione del Sole, con determinare nel triangolo XIN i lati XI, XN, ſi hanno gli eccesſi ſopra i gr. 180 dell' aſcenſione retta, e della longitudine; e che finalmente dopo il ſolſtizio d'inverno, e prima dell' equinozio di primavera, ſuppoſta RT la declinazione del Sole, con determinare nel triangolo ART i lati AR, AT, ſi hanno i complimenti a gr. 360 dell' aſcenſione retta, e della longitudine.

AV-

## AVVERTIMENTO III.

190. S' intenda eſſere AE l' equatore, AF l' eclittica, S, e V due luoghi del Sole in due mezzidì ſuſſecutivi, e PB, PC due cerchi di declinazioni procedenti per S, e V. S'intenda di più per S menato l'arco SD del parallelo, procedente per S. Eſſendo l' arco, che corre il Sole per l'eclittica in 24^or. circa un grado, ſenza errore ſenſibile ſi poſſono prendere gli archi SV, BC come uguali agli ſeni, e 'l triangolo SDV come rettilineo, e rettangolo in D. Or eſſendo pel § 84 della Trig. sferica Fig. 18

$$\textit{ſen.}\ SP : \textit{ſen.}\ SV = \textit{ſen.}\ V : \textit{ſen.}\ P;$$

ſarà

$$\textit{ſen.}\ SP : SV = \textit{ſen.}\ V : BC.$$

E' anche per la Trig. piana, poſto il ſeno maſſimo = R,

$$SV : VD = R : \textit{coſ.}\ V.$$

Dunque

$$\textit{ſen.}\ SP : VD = \frac{R \times \textit{ſen.}\ V}{\textit{coſ.}\ V} : BC;$$

ov-

ovvero

$$\textit{sen.}\ SP : VD = \textit{tang.}\ V : BC .$$

Ma pel § 81 della Trig. sferica è

$$\textit{tang.}\ V = \frac{R \times \textit{cotan.}\ A}{\textit{cos.}\ AV}.$$

Sicchè

$$\textit{sen.}\ SP : VD = \frac{R \times \textit{cotan.}\ A}{\textit{cos.}\ AV} : BC,$$

e conseguentemente

$$BC = \frac{R \times VD \times \textit{cotan.}\ A}{\textit{sen.}\ SP \times \textit{cos.}\ AV}.$$

Per la qual cosa, esprimendo BC la variazione dell' ascensione retta del Sole in $24^{or.}$, e DV la variazione della sua declinazione anche in $24^{or.}$, sarà la variazione dell' ascensione retta del Sole in $24^{or.}$ =

$$\frac{\textit{sen.}\ \text{mas.} \times \textit{var.}\ \text{decl. sola.} \times \textit{cotan.}\ \text{obbli. eclit.}}{\textit{cos.}\ \text{decl. sola.} \times \textit{cos.}\ \text{long. sola.}};$$

colla quale formola, adoperando i logaritmi, con facilità si può calcolare la variazione, che

che ſoffre in 24or. l'aſcenſione retta del Sole, qualora ſono dell'iſteſſo Sole note la declinazione, la variazione di eſſa in 24or., e la longitudine, ed è nota di più l'obbliquità dell'eclittica.

## AVVERTIMENTO IV.

191. Se dall'equinozio di primavera giorno per giorno ſi vanno determinando e le longitudini meridiane del Sole, e le aſcenſioni rette; nè le une, nè le altre ſi trovano procedere con uguali accreſcimenti. I giornalieri avanzi delle longitudini ſi trovano procedere dal ſolſtizio d'inverno fino al ſolſtizio d'eſtà ſucceſſivamente diminuendoſi, e dal ſolſtizio d'eſtà fino al ſolſtizio d'inverno ſucceſſivamente accreſcendoſi. L'iſteſſa legge non s'oſſerva negli avanzi giornalieri delle aſcenſioni rette; e ciò perchè gli avanzi giornalieri delle longitudini incontrano le periferie de'cerchi di declinazioni, che paſſano per gli eſtremi di eſſi a diſtanze diverſe dall'equatore. La legge intanto, che s'oſſerva negli avanzi giornalieri delle aſcenſioni rette, è la ſeguente. 1. Sono uguali quattro volte nel corſo dell'anno, cioè nel 10 di Febraro, nel 15 di Maggio, nel 26 di Luglio, e nel 2 di Novembre. 2. Dal 10 di Febraro fino al 15 di Maggio, come anche dal 26 di Luglio fino al 2 di Novembre procedono prima

mà ſucceſſivamente diminuendoſi fino a certa miſura, e poſcia ſucceſſivamente accreſcendoſi. 3. Dal 15 di Maggio fino al 26 di Luglio, come anche dal 2 di Novembre fino al 10 di Febraro procedono prima ſucceſſivamente accreſcendoſi anche fino a certa miſura, e poſcia ſucceſſivamente diminuendoſi. 4. Finalmente due volte nell' anno ſono maſſimi, una volta tra 'l 15 di Maggio, e 'l 26 di Luglio, e un'altra volta tra 'l 2 di Novembre, e 'l 10 di Febraro; e due volte ſono minimi, una volta tra 'l 10 di Febraro, e 'l 15 di Maggio, e un' altra volta tra 'l 26 di Luglio, e 'l 2 di Novembre.

## AVVERTIMENTO V.

192. Contraſſegnino di vantaggio AE l'equatore, AF l'eclittica, A il principio d' ariete, P il polo ſettentrionale, S, e V due luoghi del Sole in due mezzidì ſuſſecutivi, e PB, PC due archi di cerchi di declinazioni, procedenti per S, e V. E' chiaro che il Sole nel mezzodì, in cui ſi trova in S paſſa pel meridiano col punto B dell' equatore. Se reſtaſſe egli per 24^or. immobile in S, tornerebbe a paſſare pel meridiano, quando vi torna il punto B dell' equatore, cioè compita una rivoluzione diurna della ſfera mondana, e conſeguentemente compito il giorno ſidereo. Ma il Sole torna

al

al meridiano, quando è giunto in V. Dunque vi torna col punto C dell' equatore; e conſeguentemente tanto più tardi dell' intero giorno ſidereo, quanto tempo eſige l' arco BC dell' equatore, o ſia l' avanzo giornaliero dell' aſcenſione retta ſua a paſſare pel meridiano. Or gli avanzi giornalieri delle aſcenſioni rette del Sole ſono nel corſo dell' anno, ſecondo s'è già detto, quattro volte uguali, nel 10 di Febraro, nel 15 di Maggio, nel 26 di Luglio, e nel 2 di Novembre; dal 10 di Febraro fino al 15 di Maggio, come ancora dal 26 di Luglio fino al 2 di Novembre procedono prima ſucceſſivamente diminuendoſi fino a certo intervallo, e poſcia ſucceſſivamente accreſcendoſi; dal 15 di Maggio fino al 26 di Luglio, come anche dal 2 di Novembre fino al 10 di Febraro procedono prima ſucceſſivamente accreſcendoſi fino a certo intervallo, e poſcia ſucceſſivamente diminuendoſi; ſono maſſimi due volte, cioè una volta tra 'l 15 di Maggio, e'l 26 di Luglio, e un'altra volta tra 'l 2 di Novembre, e 'l 10 di Febraro; e finalmente ſono minimi anche due volte, cioè una volta tra 'l 10 di Febraro, e 'l 15 di Maggio, e un' altra volta tra 'l 26 di Luglio, e 'l 2 di Novembre. Dunque il giorno ſolare, ſebbene ſia ſempre maggiore del giorno ſidereo, nondimeno non è d' una conſtante grandezza: anzi i giorni ſolari ſono di certa miſu-

ſura quattro volte l'anno, nel 10 di Febraro, nel 15 di Maggio, nel 26 di Luglio, e nel 2 di Novembre: dal 10 di Febraro fino al 15 di Maggio, come anche dal 26 di Luglio fino al 2 di Novembre procedono prima ſucceſſivamente allontanandoſi in difetto dalla detta miſura per certo intervallo, e poſcia ſucceſſivamente avvicinandoſi: dal 15 di Maggio fino al 26 di Luglio, come anche dal 2 di Novembre fino al 10 di Febraro procedono prima ſucceſſivamente allontanandoſi in eccesſo dall' iſteſſa miſura per certo intervallo, e poſcia ſucceſſivamente avvicinandoſi: ſono maſſimi due volte, una volta tra 'l 15 di Maggio, e 'l 26 di Luglio, e un' altra volta tra 'l 2 di Novembre, e 'l 10 di Febraro: e finalmente ſono minimi pure due volte, una volta tra 'l 10 di Febraro, e 'l 15 di Maggio, e un' altra volta tra 'l 26 di Luglio, e 'l 2 di Novembre.

## AVVERTIMENTO VI.

193. Si noti finalmente che a ſuo luogo ſi tratterà della giuſta miſura del tempo, e s' inſegnerà in che modo ſi determinano le vere lunghezze de' giorni ineguali dell' anno. Procediamo intanto ad inſegnare in che modo ſi deve determinare il ſolſtizio. Perciò ſia il

## PROBL. XXIII.

194. *Insegnare il modo di determinare il solstizio d' està, o d' inverno.*

### SOLUZIONE.

1. Tre, o quattro giorni prima del solstizio da determinare con esattezza, adattato un orologio a pendolo al moto delle stelle fisse, si determini il vero momento del mezzodì relativamente a tale orologio; e si determini altresì la vera altezza meridiana del Sole.

2. Dall'altezza meridiana già determinata si rilevi la declinazione meridiana del Sole; e in conseguenza di sì fatta declinazione, e dell'inclinazione già determinata dell' eclittica si calcoli l' ascensione retta del Sole pel medesimo mezzodì.

3. Si scelga nella seguente notte una stella, che passa pel meridiano circa la mezza notte; e relativamente all' istesso orologio si determini il vero momento del passaggio di tale stella pure pel meridiano.

4. Il tempo misurato dall' orologio tra i passaggi pel meridiano del Sole, e della stella si riduca in gradi, e minuti alla ragione di gr. 15 a ora. S' avrà in tal modo di quanto nel detto mezzodì l' ascensione retta del Sole manca da quella della stella.

On-

Onde, aggiuntavi l'aſcenſione retta già calcolata del Sole, ſi farà nota l'aſcenſione retta della ſtella.

5. Dall'aſcenſione retta della ſtella già determinata, la quale in pochi giorni non riceve ſenſibile variazione, ſi ſottraggano gr. 90; il reſiduo darà la differenza dell'aſcenſione retta del Sole da quella della ſtella pel momento del ſolſtizio.

6. Ne' giorni ſeguenti ſi vadano relativamente all'iſteſſo orologio determinando i momenti de' paſſaggi del Sole, e della ſtella pel meridiano, e rilevandone le differenze delle aſcenſioni rette meridiane del Sole dall'aſcenſione retta della ſtella; e ciò ſi vada facendo, finchè ſi giunga ad avere relativamente a un mezzodì la differenza dell'aſcenſione retta meridiana del Sole dall'aſcenſione retta della ſtella uguale alla differenza, che deve avere l'aſcenſione retta del Sole da quella della ſtella nel momento del ſolſtizio; o ſi giunga ad avere telativamente a un mezzodì la differenza dell'aſcenſione retta meridiana del Sole dall'aſcenſione retta della ſtella alquanto maggiore della differenza, che deve avere l'aſcenſione retta del Sole da quella della ſtella nel momento del ſolſtizio, e relativamente al mezzodì ſeguente alquanto minore. Nel

## CASO I.

Il mezzodì, relativamente a cui ſi trova la differenza dell' aſcenſione retta meridiana del Sole dall' aſcenſione retta della ſtella uguale alla differenza, che deve avere l'aſcenſione retta del Sole da quella della ſtella pel momento del ſolſtizio, dà il momento cercato dell' iſteſſo ſolſtizio. Nel

## CASO II.

Si chiamino A, e B i due mezzidì, tra' quali va compreſo il ſolſtizio; e ſi mettano la differenza dell' aſcenſione retta del Sole nel mezzodì A dall' aſcenſione retta della ſtella = D, la differenza dell'aſcenſione retta del Sole nel mezzodì B dall'iſteſſa aſcenſione retta della ſtella = d, e la differenza dell' aſcenſione retta, che deve avere il Sole nel momento del ſolſtizio da quella della ſtella = S. Se in ordine a D—d, a D—S, e a 24 ore ſolari ſi cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà il tempo ſolare, che limita relativamente al mezzodì A il momento cercato del ſolſtizio.

Ch'è ciò, che biſognava inſegnare.

AV-

## AVVERTIMENTO.

195. Si noti che la determinazione del ſolſtizio del modo inſegnato è difficile che ſi poſſa eſeguire relativamente al ſolſtizio d' inverno ; perchè è difficile allora che la ſtagione permetta di poter eſeguire le dette operazioni in più giorni ſucceſſivi.

# CAP. XII.

*S' eſpongono i modi di poter determinare i tempi , che impiega il ſemidiametro del Sole in qualunque rivoluzione diurna a traverſare il meridiano , qualſiſia verticale , e l' orizzonte , o qualſivoglia ſuo paralelo.*

## PROBL. XXIV.

196. *Trovare una formola generale per determinare in qualunque giorno il tempo , che impiega il ſemidiametro del Sole a traverſare il meridiano.*

## SOLUZIONE.

Fig. 19 Contraſſegnino AE l'equatore, AF l'eclittica, P il polo viſibile, PG il meridiano, S il centro del Sole nel momento, che tocca in O il meridiano col lembo anteriore, ed SD l'arco del parallelo, deſcritto dal detto centro intanto che il diametro del Sole traverſa il meridiano. S'intendano per S, e D menati gli archi PB, PC di cerchi di declinazioni. E' chiaro che il diametro del Sole in tanto tempo traverſa il meridiano, quanto tempo eſige il centro del Sole per trasferirſi dall'orario PB all'orario PC, e conſeguentemente quanto tempo eſige per effetto della rivoluzione diurna a ſcorrere pel meridiano l'arco BC dell'equatore. Ed è chiaro altresì che SD, uguale in lunghezza al diametro del Sole, è della lunghezza d'un arco di cerchio maſſimo poco più di mezzo grado. Onde VS, e CB, come archi piccioli per riſpetto delle intere periferie, ſenza ſenſibile errore ſi poſſono prendere per uguali agli ſeni di eſſi; e ſenza ſenſibile errore anche ſi può prendere SDV per triangolo rettilineo, e rettangolo in D. Or eſſendo pel § 84 della Trig. ſferica

*ſen.* PS: *ſen.* SV = *ſen.* SVP: *ſen.* SPV;

ſa-

sarà

*sen.* PS: SV = sen. SVP: BC.

E' di più per la Trig. piana, posto il seno massimo = R,

SV: SD = R: *sen.* SVP.

Dunque

*sen.* PS: SD = R: BC.

E perciò

$$BC = R \times \frac{SD}{sen.\ PS} = R \times \frac{\text{diam. sola.}}{cos.\ \text{decl. sola.}}$$

Per la qual cosa, riducendo BC in tempo solare alla ragione di gr. 15 a ora, sarà la formola esprimente il tempo, in cui il diametro del Sole traversa il meridiano

$$= R \times \frac{\text{diam. sola.}}{15^{\circ} \times cos.\ \text{decl. sola.}}$$

; e conseguentemente la formola cercata, esprimente il tempo, in cui il semidiametro del Sole traversa il meridiano

$$= R \times \frac{\text{rag. sola.}}{15^{\circ} \times cos.\ \text{decl. sola.}}$$

Ch'è ciò, che bisognava trovare.

## AVVERTIMENTO I.

197. Con tale formola è facile a determinare per qualunque giorno dell' anno il tempo da impiegare il ſemidiametro del Sole a traverſare il meridiano, purchè ſia data la declinazione dell' iſteſſo Sole. E da notare però che ſiccome il ſemidiametro del Sole ſi ha in minuti primi, e ſecondi, e per la determinazione della formola conviene ridurlo ſempre in minuti ſecondi; così i gr. 15, che ſi trovano nel denominatore dell' iſteſſa formola, conviene pure ridurli in minuti ſecondi. Ed è anche da notare che il rotto, che riſulta dalla determinazione di sì fatta formola, dinota ſempre un rotto di ora; onde conviene ridurlo in minuti primi, e ſecondi di tempo ſolare a tenore delle regole dell' Aritmetica.

## AVVERTIMENTO II.

198. Si noti pure che nel tom. 1 dell' Aſtronomia del Signor de la Lande alla pag. 372 ſi trovano tali tempi calcolati per tutto l'anno, affine d'averli pronti nel biſogno, quando occorre di dover conoſcere l'arrivo del centro del Sole al meridiano, determinato l' arrivo all' iſteſſo meridiano dal ſuo lembo.

AV-

## AVVERTIMENTO III.

199. Si noti finalmente che l'istessa formola ci fa conoscere d' essere il tempo impiegato dal semidiametro del Sole a traversare il meridiano il massimo nel solstizio d' inverno ; sì perchè allora è massima la grandezza del semidiametro del Sole , come anche perchè è massima la declinazione dell' istesso Sole.

## PROBL. XXV.

200. *Trovare una formola generale per determinare , quando occorre , il tempo , che impiega il semidiametro del Sole a traversare un verticale.*

### SOLUZIONE.

Contrassegnino ZF il verticale, A il centro del Sole, quando col primo lembo tocca il verticale in B, e C il centro del Sole , quando il tocca col secondo lembo in D . Contrassegnerà AC l'arco del parallelo descritto dal centro del Sole durante il tempo, in cui il diametro del Sole traversa il verticale ZF ; e contrassegnerà di più la sua metà AE l'arco dell'istesso parallelo descritto dal centro dal Sole , intanto che il raggio traversa il medesimo verticale . Or perchè Fig. 20

chè, tirati i raggi AB, CD, per la piccolezza degli archi AE, EB relativamente alle intere periferie, alle quali appartengono, si può ſenza ſenſibile errore prendere ABE per un triangolo rettilineo, rettangolo in B; ſarà, poſto il ſeno maſſimo = R,

$$AE : AB = R : \textit{sen.}\ AEB.$$

Dunque

$$AE = AB \times \frac{R}{\textit{sen.}\ AEB}.$$

Si ſuppongano in oltre eſſere P il polo viſibile, e PE l' arco del meridiano celeſte procedente per E. Sarà l'angolo PEC retto; e perciò ſarà l' angolo PEZ il complimento al retto di DEC, e conſeguentemente del ſuo uguale AEB. Or eſſendo nella rivoluzione diurna equabile il moto del Sole per AC; ſarà AB: AE, come il tempo impiegato dal centro A del Sole a correre una lunghezza uguale ad AB al tempo impiegato a correre una lunghezza uguale ad AE, o come il tempo da impiegarſi dal ſemidiametro del Sole a traverſare il meridiano PE al tempo da impiegarſi dall' iſteſſo ſemidiametro at raverſare il verticale

ZF. Ma AB: AE = 1: $\frac{R}{\text{sen. AEB}}$ = 1: $\frac{R}{\text{cos. PEZ}}$ = 1: $\frac{R}{\text{cos. ang. paral.}}$; ed il tempo impiegato dal ſemidiametro del Sole a traverſare il meridiano PE è = R × rag. ſola. Sicchè il tempo, che impiega il ſemidiametro del Sole a traverſare il verticale ZF, o ſia la formola per determinare sì fatto tempo è = $R^2$ × rag. ſola.

$\frac{15^\circ \times \text{cos. ang. paral.} \times \text{cos. decl. ſola.}}{}$

Ch'è ciò, che biſognava trovare.

## COROLLARIO.

201. Per calcolare adunque il tempo, che impiega il ſemidiametro del Sole a traverſare un verticale qualunque ZF, è neceſſario aver nota la declinazione del Sole, quando col ſuo centro è in ZF, e avere noto l'angolo parallattico PEZ, che allora li corriſponde.

## AVVERTIMENTO.

202. Si noti che, determinati del Sole, quando è in ZF, la vera altezza, e la declinazione, ſi hanno nel triangolo ſferico EZP noti tutt'i lati. Sicchè coll'ajuto della Trigonometria ſferica ſi può allora calcolare l'angolo parallattico PEZ.

## PROBL. XXVI.

203. *Trovare una formola generale per determinare, quando occorre, il tempo, che impiega il ſemidiametro del Sole a traverſare l'orizzonte, o qualunque ſuo parallelo.*

### SOLUZIONE.

Fgi. 11 Contraſſegnino HO l'orizzonte, o qualunque ſuo parallelo, A il centro del Sole, quando col primo lembo tocca HO in B, e C il centro del Sole, quando il tocca col ſecondo lembo in D. Contraſſegnerà AC l'arco del parallelo deſcritto dal centro del Sole durante il tempo, in cui il diametro del Sole traverſa il medeſimo cerchio HO; e contraſſegnerà di più la ſua metà AE l'arco dell'iſteſſo parallelo deſcritto dal centro del Sole, intanto che il raggio traverſa il medeſimo cerchio HO. Or perchè, tirati i raggi AB, CD, per la piccio-

lez-

lezza degli archi AE, EB relativamente alle intere periferie, alle quali appartengono, ſi può ſenza ſenſibile errore prendere ABE per un triangolo rettilineo, e rettangolo in B; ſarà, poſto il ſeno maſſimo = R,

$$AE : AB = R : \textit{sen.}\ AEB.$$

Dunque

$$AE = AB \times \frac{R}{\textit{sen.}\ AEB}.$$

Si ſuppongano in oltre eſſere P il polo viſibile, Z il zenit del luogo, PE l'arco del meridiano celeſte procedente per E, e ZE l'arco del verticale procedente pure per E. Sarà retto sì l'angolo PEA, che l'angolo ZEO. Onde l'angolo AEB è uguale all'angolo parallattico PEZ. Or eſſendo nella rivoluzione diurna equabile il moto del Sole per AC; ſarà AB : AE, come il tempo impiegato dal centro A del Sole a correre una lunghezza uguale ad AB, al tempo impiegato a correre una lunghezza uguale ad AE, o come il tempo da impiegarſi dal ſemidiametro del Sole a traverſare il meridiano PE al tempo da impiegarſi dall'iſteſſo ſemidiametro a traverſare il cerchio

HO. Ma AB: AE = 1: $\frac{R}{sen.\ AEB}$ = 1: $\frac{R}{sen.\ PEZ}$ = 1: $\frac{R}{sen.\ ang.\ paral.}$; ed il tempo impiegato dal semidiametro del Sole a traversare il meridiano PE è = R × rag. sola. / 15° × *cos.* decl. sola. Sicchè il tempo, che impiega il semidiametro del Sole a traversare il cerchio HO, o sia la formola per determinare sì fatto tempo è = $R^2$ × rag. sola. / 15° × *cos.* decl. sola. × *sen.* ang. paral.

Ch'è ciò, che bisognava trovare.

## COROLLARIO.

204. Si metta il tempo impiegato dal semidiametro del Sole a traversare l'orizzonte, o qualunque suo parallelo, ovvero il filo orizzontale del cannocchiale del quadrante = T; sarà T = $R^2$ × rag. sola. / 15° × *cos.* decl. sola. × *sen.* ang. paral.

E per-

E perciò

$$R^2 \times \frac{\text{sen. ang. paral.} = \text{rag. sola.}}{15^\circ \times \text{cos. decl. sola.} \times T}.$$

Quindi, dati del Sole il semidiametro, la declinazione, e 'l tempo, che impiega coll' istesso suo semidiametro a traversare il filo orizzontale del cannocchiale del quadrante, è facile colla formola trovata determinare l' angolo parallattico, che allora l' appartiene.

## AVVERTIMENTO.

205. Si noti che dove l' altezza del polo eccede i $45^\circ . 31^1$, ovvero l' altezza dell' equatore, e conseguentemente l' angolo AEB è minore di $44^\circ . 29^1$; perchè ivi AE eccede i $45^1$, e AC eccede $1^\circ . 30^1$, e conseguentemente il tempo impiegato dal Sole a correre AC eccede i $6^1$, non è ivi da potere senza errore sensibile prendere AC per una retta, e 'l triangolo ABE per rettilineo. Sicchè della formola trovata per calcolare il tempo, che impiega il semidiametro del Sole a traversare col moto diurno l' orizzonte, o qualunque suo parallelo, se ne può far uso in tutt' i luoghi terrestri di

di minor latitudine di 45°. 31', e non di latitudine maggiore.

## CAP. XIII.

*Si ſciolgono più problemi relativamente al moto annuo del Sole.*

### PROBL. XXVII.

206. *Inſegnare, data l' obbliquità dell' eclittica, e data la declinazione del Sole, i modi di determinare l' aſcenſione retta dell'iſteſſo Sole, la ſua longitudine, e l' angolo, che l' eclittica forma col cerchio di declinazione.*

### SOLUZIONE.

Fig. 17 Contraſſegnino LPQ il meridiano celeſte, EQ l' equatore, LM l'eclittica, A il principio d' ariete, X il principio di libra, G il luogo del Sole, P il polo ſettentrionale, PH l'arco del cerchio di declinazione, procedente per G. Saranno nel triangolo ſferico AHG, rettangolo in H, noti, oltre il detto angolo retto, l' angolo HAG, obbliquità dell' eclittica, e 'l cateto oppoſto HG, de-

declinazione del Sole. Si metta il ſeno maſſimo = R.

I.

*Per determinare l' aſcenſione retta AH.*

Si faccia pel § 71 *della Trig. sfer.* la ſeguente proporzione:

*Log. tan.* HAG: *Log.* R = *Log. tan.* HG: *Log. ſen.* AH; e ſi determini l' aſcenſione retta AH.

II.

*Per determinare la longitudine* AG.

Si faccia pel § 71 *della Trig. sfer.* la proporzione ſeguente:

*Log. ſen.* HAG: *Log. ſen.* HG = *Log.* R: *Log. ſen.* AG; e ſi determini la longitudine AG.

III.

*Per determinare l' angolo* AGH.

Si faccia pel § 77 *della Trig. sfer.* la proporzione ſeguente:

*Log. coſ.* HG: *Log. coſ.* HAG = *Log.* R: *Log. ſen.* AGH; e ſi determini l' angolo AGH.

Ch'è quanto biſognava inſegnare.

## AVVERTIMENTO I.

207. Se la declinazione data compete al Sole tra 'l ſolſtizio d' eſtà, e l' equinozio d' autunno; ſuppoſto eſſere FK tale declinazione, ſi deve in tal caſo operare relativamente al triangolo XFK; e ſi ha con XF il complimento a 180° dell' aſcenſione retta, e con XK il complimento pure a 180° della longitudine. Se poi la data declinazione compete al Sole tra l' equinozio d' autunno, e 'l ſolſtizio d' inverno; ſuppoſto eſſere IN tale declinazione, in tale altro caſo ſi deve operare ſul triangolo XIN; e ſi ha con XI l' eccesſo ſu 180° dell' aſcenſione retta, e con XN l' eccesſo pure ſu 180° della longitudine. Se finalmente la data declinazione compete al Sole tra 'l ſolſtizio d' inverno, e l' equinozio di primavera; ſuppoſto eſſere RT tale declinazione, in tale altro caſo ſi deve operare ſul triangolo ART; e ſi ha con AR il complimento a 360° dell' aſcenſione retta, e con AT il complimento pure a 360° della longitudine.

## AVVERTIMENTO II.

208. Si noti che con determinare l' angolo AGH, o XKF, o XNI, o ATR, ſecondo i detti diverſi caſi, ſi ha anche l'angolo

golo, che formano nel punto dell' eclittica, in cui ſi trova il Sole, il cerchio di latitudine, e'l cerchio di declinazione, procedenti pel medeſimo punto; perchè tale angolo, detto *angolo di poſizione*, eſſendo il cerchio di latitudine perpendicolare all' eclittica, è ſempre il ſupplimento al retto dell' angolo formato dall'eclittica col cerchio di declinazione, o del verticale di eſſo. E ſi noti altresì che de' lati, che formano l' angolo di poſizione, quello, che appartiene al cerchio di latitudine, è ſempre all' oriente dell' altro verſo il polo boreale, qualora il Sole è ne'ſegni diſcendenti, come è facile ad avvertire.

## AVVERTIMENTO III.

209. S'è già inſegnato nel §159 il come ſi determinano le declinazioni meridiane del Sole, che ordinariamente occorrono per gli uſi aſtronomici. Non ſarà fuori di propoſito inſegnare qui in che modo ſi può anche determinare la declinazione, che ha il Sole in qualunque altro tempo, diverſo dal mezzodì. Sia per eſempio da doverſi determinare la declinazione, che ha il Sole nel tempo ſolare $3^{or}. 15^{1}. 14^{11}$ prima del mezzodì del 22 di Agoſto, ovvero nel tempo ſolare $20^{or}. 44^{1}. 46^{11}$ dopo il mezzodì del 21 del detto meſe. Eccone il metodo. 1. Si determinino le declinazioni meri-

diane del Sole e nel dì 21, e nel dì 22; e ſe ne rilevi la variazione in 24$^{or.}$ ſolari. 2. Si cerchi in ordine a 24$^{or.}$, a 20$^{or.}$. 44$^{1}$ 46$^{11}$, e alla variazione già determinata della declinazione in 24$^{or.}$ il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà di quanto varia la declinazione del Sole dal mezzodì del 21 fino al tempo di 20$^{or.}$. 44$^{1}$. 46$^{11}$ dopo tale mezzodì. 3. Finalmente, andando in tale tempo la declinazione del Sole decreſcendo, il quarto proporzionale determinato ſi ſottragga dalla declinazione meridiana del dì 21, il reſiduo darà la declinazione cercata del Sole.

## AVVERTIMENTO IV.

210. Si può determinare anche la declinazione, che ha il Sole in qualſiſia giorno relativamente a qualunque punto della ſua altezza in queſt'altro modo. Contraſſegnino Fig. 16 HZO il meridiano, HO l'orizzonte, Z il zenit, e P il polo ſettentrionale; e ſia in A il Sole, quando ſi vuole conoſcere la ſua declinazione. S'intenda eſſere ZB l'arco del verticale procedente per A. Si miſurino l'altezza vera AB del Sole, e l'angolo azzimuttale AZP. Suppoſto eſſere PA l'arco del cerchio di declinazione, procedente pure per A, nel triangolo ſferico AZP ſi hanno noti i due lati AZ, ZP, e l'angolo compreſo AZP. Dunque coll'ajuto della

Trig.

Trig. sfer. si può determinare AP. Se, determinato l'arco AP, si sottrae tale arco da 90°, qualora il Sole è ne' segni settentrionali, o da AP si sottraggono 90°, quando il Sole è ne' segni australi, si ha nell' uno, e nell' altro caso la declinazione del Sole, qualora si trova in A.

## AVVERTIMENTO V.

211. Si noti di più che l' istessa determinazione può eseguirsi in quest'altro modo. Sia da doversi determinare la declinazione del Sole a una sua altezza prima del mezzogiorno del 23 di Agosto. 1. Relativamente a un esatto orologio a pendolo si determini anticipatamente il vero momento del mezzodì del 22 del detto mese. 2. Nel dì 23 si determini l'altezza vera AB del Sole, e si noti allora il tempo che l' istesso orologio dimostra. 3. Nel medesimo giorno relativamente al medesimo orologio si determini il vero momento del mezzodì. Si faranno noti l' arco AZ, il tempo misurato dall' orologio dal mezzodì del 22 fino al mezzodì del 23, e 'l tempo misurato durante il moto del Sole da A fino al meridiano. 4. In ordine al primo de' detti tempi, al secondo, e agli gr. 360 si trovi il quarto proporzionale; si ha con tale quarto proporzionale in gradi, e minuti la misura dell'angolo orario APZ. 5. Noti fi-

nalmente nel triangolo sferico AZP i lati AZ, ZP, e l'angolo APZ, si determini coll'ajuto della Trig. sfer. il lato AP. S'avrà in conseguenza di tale determinazione la declinazione cercata.

## AVVERTIMENTO VI.

212. Si noti finalmente che sebbene l'ascensione retta del Sole si determina ordinariamente in conseguenza della sua declinazione: nondimeno accade qualche volta che si abbia per altra via. Quindi non è fuori di proposito insegnare in che modo, data l'ascensione retta del Sole, si possa da essa rilevare la declinazione dell'istesso Sole, la longitudine, e l'angolo formato dall'eclittica col cerchio di declinazione. Perciò sia il seguente

## PROBL. XXVIII.

213. *Insegnare, data l'obbliquità dell'eclittica, e data l'ascensione retta del Sole, i modi di determinare la declinazione dell'istesso Sole, la sua longitudine, e l'angolo, che forma l'eclittica col cerchio di declinazione.*

### SOLUZIONE.

Fig. 17 Sia l'istesso che s'è supposto nel probl. precedente. Saranno nel triangolo sferico AHG

AHG, rettangolo in H, noti, oltre l' angolo retto in H, l'angolo HAG, obbliquità dell'eclittica, e'l cateto adiacente AH, aſcenſione retta del Sole. Si metta pure il ſeno maſſimo = R.

I.

*Per determinare la declinazione* HG.

Si faccia pel § 71 *della Trig. sfer.* la ſeguente proporzione:

*Log.* R : *Log. tan.* HAG = *Log. sen.* AH : *Log. tan.* HG; e ſi determini la declinazione HG.

II.

*Per determinare la longitudine* AG.

Si faccia per l' iſteſſo § 71 citato la ſeguente altra proporzione:

*Log. cos.* HAG : *Log. tan.* AH = *Log.* R : *Log. tan.* AG; e ſi determini la longitudine AG.

III.

*Per determinare l' angolo* AGH.

Si faccia pel § 77 *della Trig. sfer.* la proporzione, che ſegue:

*Log.* R : *Log. ſen.* HAG = *Log. coſ.* AH : *Log. coſ.* AGH ; e ſi determini l' angolo AGH.

Ch'è quanto biſognava inſegnare.

## AVVERTIMENTO.

214. Si noti che ſe l' aſcenſione retta del Sole ſarà maggiore di gr. 90 , e minore di gr. 180 , ſi prenderà il ſuo complimento agli gr. 180 , e ſi riſolverà il triangolo XFK. In tale caſo però con FK s' avrà la corriſpondente declinazione ſettentrionale del Sole, e con KX s' avrà il complimento agli gr. 180 della longitudine. Se poi l' aſcenſione retta ſarà maggiore di gr. 180, e minore di gr. 270 , ſi prenderà il ſuo eccesſo ſu i gr. 180 , e ſi riſolverà il triangolo XIN . In tale altro caſo con IN s' avrà la corriſpondente declinazione auſtrale del Sole , e con XN s' avrà l' eccesſo della longitudine ſu i gr. 180. Se finalmente l'aſcenſione retta ſarà maggiore di gr. 270 , e minore di gr. 360, ſi prenderà il ſuo complimento agli gr. 360, e ſi riſolverà il triangolo ART. In tale ultimo caſo s' avrà con RT la corriſpondente declinazione auſtrale del Sole, e con AT s' avrà il complimento agli gr. 360 della longitudine.

PRO-

## PROBL. XXIX.

215. *Insegnare, data l'obbliquità dell'ecclittica, e data la longitudine del Sole, i modi di determinare la declinazione dell' istesso Sole, la sua ascensione retta, e l'angolo, che forma l'ecclittica col cerchio di declinazione.*

### SOLUZIONE.

Sia pure l'istesso, che s'è supposto nel probl. 27. Saranno nel triangolo sferico AHG, rettangolo in H, note, oltre l'angolo retto in H, l'obbliquità dell' eclittica HAG, e l'ipotenusa AG, longitudine del Sole. Si metta anche il seno massimo = R.

### I.

*Per determinare la declinazione* HG.

Si faccia pel § 71 *della Trig. sfer.* la seguente proporzione:

*Log.* R : *Log. sen.* AG = *Log. sen.* HAG : *Log. sen.* HG; e si determini la declinazione HG.

II.

II.

*Per determinare l' aſcenſione retta* AH.

Si faccia per l'iſteſſo citato paragrafo *della Trigon. sfer.* la ſeguente altra proporzione: *Log.* R: *Log. tan.* AG = *Log. cos.* HAG: *Log. tan.* AH; e ſi determini l' aſcenſione retta AH.

III.

*Per determinare l' angolo* AGH.

Si faccia pel § 77 *della Trig. sfer.* la proporzione, che ſegue:

*Log.* R: *Log. tan.* HAG = *Log. cos.* AG: *Log. cot.* AGH; e ſi determini l'angolo AGH. Ch' è quanto biſognava inſegnare.

AVVERTIMENTO I.

216. Si noti che ciò, che s'è detto nel § 214 relativamente alla declinazione, e alla longitudine del Sole, qualora ſi debbono calcolare in conſeguenza dell' aſcenſione retta data, ſi deve intendere come detto anche relativamente alla declinazione, e all' aſcenſione retta, qualora ſi vogliono calcolare in conſeguenza della data longitudine.

AV-

## AVVERTIMENTO II.

217. Si noti anche che coll' ajuto dell' eſpoſto probl. ſi ſono calcolate le aſcenſioni rette, e le declinazioni del Sole corriſpondenti a tutt' i diverſi gradi dell' eclittica, e ſi hanno regiſtrate nelle Tavole aſtronomiche di Caſſini, di Halley, di de la Hire, e nella conoſcenſa de' moti celeſti del 1766: anzi nell' Efemeridi di Deſplaces ſi hanno corriſpondenti a tutt' i minuti dell' eclittica; il che è di grandiſſimo comodo per coloro, che calcolano Efemeridi; tanto più che le aſcenſioni rette vi ſi trovano e in tempi, e in gradi.

## AVVERTIMENTO III.

218. Si noti finalmente che le aſcenſioni rette, e le declinazioni del Sole, che ſi hanno nell' Efemeridi di Deſplaces, hanno ſomminiſtrata un' altra tavola, intitolata *riduzione dell' eclittica all' equatore*. Tale tavola, calcolata dal Signor de la Caille, e inſerita nelle ſue tavole del Sole, e conſeguentemente nelle Tavole aſtronomiche del Sig. de la Lande, contiene le differenze delle aſcenſioni rette del Sole dalle corriſpondenti longitudini, e differenze convenienti a tutte le longitudini, che procedono dalla longitudine zero fino alla longitudine di gr. 360 col-

# CAP. XIV.

*S' eſpongono più problemi relativamente alle determinazioni delle aſcenſioni rette, delle declinazioni, delle longitudini, e delle latitudini delle ſtelle fiſſe.*

## PROBL. XXX.

219. *Inſegnare il modo di determinare in qualunque tempo coll' ajuto d' oſſervazioni l' aſcenſione retta di qualſiſia ſtella, ſuppoſta già determinata l' obbliquità dell' eclittica.*

### SOLUZIONE.

1. S' accomodi un orologio a pendolo al moto delle ſtelle fiſſe, e relativamente a tale orologio ſi determini il vero momento del mezzodì; e ſi determini altresì per l'iſteſſo mezzodì la vera altezza meridiana del Sole (§157). S' avrà la declinazione del Sole pel medeſimo mezzodì (§159).

2. In conſeguenza della declinazione del So-

Sole già determinata, e dell'obbliquità dell' eclittica ſi calcoli l' aſcenſione retta del Sole per l'iſteſſo mezzodì ( §206 ).

3. Nella notte ſeguente relativamente al medeſimo orologio ſi determini il vero momento del paſſaggio della ſtella pel meridiano; ed il tempo notato dall' orologio tra sì fatto momento, e quello del mezzodì determinato ſi riduca in gradi, e minuti alla ragione di gra. 15 a ora . S'avrà in tal modo la differenza dell' aſcenſione retta determinata del Sole dall' aſcenſione retta , che ha allora la ſtella .

4. Finalmente s' aggiunga all' aſcenſione retta determinata del Sole sì fatta differenza d' aſcenſioni rette . La ſomma darà l' aſcenſione retta, che ha in tal tempo la ſtella.

Ch' è ciò, che biſognava inſegnare.

## AVVERTIMENTO I.

220. Se ſi dà il caſo che l' aſcenſione retta del Sole ſi trova nel mezzogiorno eſſere di 270°. 15' . 38'' , e la differenza tra tale aſcenſione retta , e quella della ſtella , oſſervata paſſare pel meridiano nella notte ſeguente , eſſere di 105°. 43' . 18'' ; perchè la ſomma di tali numeri è 375°. 58' . 56'' , e conſeguentemente maggiore di 360° ; ſarà in tale caſo l' aſcenſione retta della ſtella l' eccesſo di 375°. 58' . 56'' ſopra 360° , vale a dire di 15°. 58' . 56'' . E quindi la ſtel-

la ſtella allora precede nella rivoluzione diurna il Sole.

## AVVERTIMENTO II.

221. Suppoſto che in un giorno dell'anno ſia di 270°. 15ᴵ. 38ᴵᴵ l'aſcenſione retta del Sole a mezzodì; ridotta tale aſcenſione retta in tempo ſidereo alla ragione di gr. 15 a ora, ſi ha il tempo di ore ſideree 18. 1ᴵ. 2ᴵᴵ $\frac{1}{2}$, che dinota di quanto il paſſaggio pel meridiano del principio d'ariete anticipa in tale giorno quello del Sole. S'avverta però che ſapendoſi anticipare in un giorno dell'anno il paſſaggio pel meridiano del principio d'ariete quello del Sole di ore ſideree 18. 1ᴵ. 2ᴵᴵ $\frac{1}{2}$, non ſi dee concludere eſſere l'aſcenſione retta del Sole nel momento del paſſaggio pel meridiano del principio d'ariete quella, che riſulta riducendo il detto tempo ſidereo in gradi, e minuti alla ragione di gr. 15 a ora; perchè tale aſcenſione retta compete al Sole non nel momento del paſſaggio pel meridiano del principio d'ariete, ma nel momento del mezzogiorno.

## AVVERTIMENTO III.

222. Ciò, che s'è detto relativamente al Sole non ha luogo relativamente alle ſtelle fiſſe, le quali circa le aſcenſioni rette

non

non ſoffrono variazioni ſenſibili per molti giorni, e aſſai picciola nel corſo d'un anno intero, ſecondo ſi dirà nel capo ſeguente. Se dunque ſi trova eſſere oggi l'aſcenſione retta d'una ſtella di 270°. 15ᴵ. 38ᴵᴵ, il paſſaggio pel meridiano del principio d'ariete anticipa quello della ſtella di ore ſideree 18. 1ᴵ. 2ᴵᴵ $\frac{5}{7}$ non ſolamente per oggi, ma per molti giorni ſuſſeguenti; e ſe ſi trova il paſſaggio pel meridiano del principio d'ariete anticipare oggi quello d'una ſtella di ore ſideree 18. 1ᴵ. 2ᴵᴵ $\frac{5}{2}$, ſi può ſicuramente concludere eſſere non ſolamente per oggi, ma per più giorni l'aſcenſione retta della ſtella quella, che riſulta riducendo in gradi, e minuti il detto tempo alla ragione di gr. 15 a ora.

## AVVERTIMENTO IV.

223. Si noti che, determinata l'aſcenſione retta d'una ſtella, con facilità ſi poſſono determinare le aſcenſioni rette di quante altre ſe ne vogliono. Sieſi determinata l'aſcenſione retta della ſtella A; volendoſi determinare l'aſcenſione retta della ſtella B, ſi deve a queſto modo procedere. 1°. Si determinino relativamente a un orologio a pendolo, adattato al moto delle fiſſe, i veri momenti de' paſſaggi pel meridiano d'ambedue tali ſtelle A, e B. 2°. Si riduca la differenza di tali tempi in gradi, e minuti

alla

alla ragione di gr. 15 a ora; s'avrà la differenza delle aſcenſioni rette delle due ſtelle. 3°. Finalmente sì fatta differenza d'aſcenſioni rette s'aggiunga a quella della ſtelle A, ſe la ſtella A paſſa pel meridiano prima della ſtella B, o ſi ſottragga da quella dell'iſteſſa ſtella A, ſe vi paſſa dopo; la ſomma, o la differenza, che ſi ha, dà l'aſcenſione retta della ſtella B.

## AVVERTIMENTO V.

224. Si noti pure che dell'aſcenſione retta d'una ſtella, già determinata, poſſiamo farne uſo per determinare le aſcenſioni rette di altre ſtelle, ſenza darle correzione alcuna, qualora dalla ſua determinazione fino a che ſe ne fa uſo non ſono ſcorſi molti giorni; altrimenti conviene prima correggerla, ſecondo s'inſegnerà nel ſeguente capitolo.

## AVVERTIMENTO VI.

225. Si noti finalmente che qui tralaſciamo d'inſegnare il modo di determinare coll'ajuto di oſſervazioni le declinazioni delle ſtelle; perchè già è ſtato antecedentemente inſegnato. Poſto tutto ciò, venghiamo ora al

## PROBL. XXXI.

226. *Date l'aſcenſione retta, e la declinazione d'una ſtella, e data di più l'obbliquità dell'eclittica, determinare la longitudine, e la latitudine della medeſima ſtella.*

### SOLUZIONE.

Contraſſegnino PLM il coluro de' ſolſtizj, EQ la metà dell'equatore, LM la metà dell'eclittica, A il principio d'ariete, o di libra, S la ſtella, P il polo del mondo, eſiſtente nell'emiſfero, in cui ſi trova la ſtella, R il polo vicino dell'eclittica, PD l'arco di cerchio di declinazione, procedente per S, ed RF l'arco di cerchio di latitudine, procedente pure per S. Saranno AE, AQ, AL, AM archi di quadranti; ſarà PR uguale all'inclinazione dell'eclittica; e della ſtella S contraſſegneranno DS la declinazione, e conſeguentemente SP il ſuo complimento all'arco del quadrante, ed FS la latitudine, e per conſeguenza SR il ſuo complimento pure all'arco del quadrante. Or quattro caſi poſſono occorrere. Può darſi il caſo che la ſtella colla ſua aſcenſione retta coriſponda all'arco o del primo, o del ſecondo, o del terzo, o del quarto quadrante dell'equatore. Nel Fig. 22, 23, 24, 25.

## CASO I.

Fig.22 Dovendo A in tale caſo contraſſegnare il principio d'ariete; della ſtella S contraſſegneranno AD l'aſcenſione retta, ed AF la longitudine. Eſſendo data l'aſcenſione retta AD, ſarà noto l'arco DE, e conſeguentemente l'angolo SPR, miſurato da tale arco. Perciò nel triangolo SPR, noti i lati SP, PR, e l'angolo SPR, ſi determinino coll'ajuto della Trig. sfer. l'angolo SRP, e conſeguentemente l'arco FM, che n'è la ſua miſura, e l'arco RS. S'avranno note la longitudine AF, e la latitudine FS. Nel

## CASO II.

Fig.23 Dovendo A in tale altro caſo contraſſegnare il principio di libra; della ſtella S contraſſegneranno AD il complimento dell'aſcenſione retta alla mezza periferia, e AF il complimento alla mezza periferia della longitudine. Eſſendo data l'aſcenſione retta di S, ſarà noto il ſuo complimento DA alla mezza periferia; onde noto ſarà l'arco DE, e conſeguentemente l'angolo SPR. Riſolvendo dunque il triangolo SPR, come nel caſo precedente; s'avranno la latitudine FS della ſtella, e l'arco FM, il quale coll'arco del quadrante dà la longitudine della ſteſſa ſtella. Nel

Ca-

## CASO III.

Dovendo A in queſto terzo caſo contraſ- Fig.24
ſegnare pure il principio di libra; contraſſe-
gneranno della ſtella S l' arco AD l' eccesſo
dell' aſcenſione retta ſulla mezza periferia ,
e AF l' eccesſo ſulla mezza periferia del-
la longitudine . Eſſendo data l' aſcenſione
retta di S, ſarà noto l' arco AD; onde no-
to ſarà pure il ſuo complimento ED all'ar-
co del quadrante , e conſeguentemente l' an-
golo SPR . Sicchè riſolvendo il triangolo
SPR, come nel caſo primo ; s' avranno la
latitudine FS della ſtella, e l' arco FM , il
quale coll'arco del quadrante dà pure la lon-
gitudine dell' iſteſſa ſtella. Nel

## CASO IV.

Dovendo A in queſt' ultimo caſo contraſ- Fig.25
ſegnare il principio d' ariete ; della ſtella S
contraſſegneranno AD il complimento dell'
aſcenſione retta all' intera periferia , ed AF
il complimento all'intera periferia della lon-
gitudine . Eſſendo data l' aſcenſione retta di
S, ſarà noto l'arco AD; onde noto ſarà pu
re il ſuo complimento DE all'arco del qua-
drante, e conſeguentemente l' angolo SPR .
Riſolvendo dunque il triangolo SPR, come
nel caſo primo; s' avranno la latitudine FS
della ſtella , e l' arco FM , e conſeguente-

mente l'arco AF, il quale arco AF, ſottratto dall' intera periferia, dà la longitudine dell' iſteſſa ſtella.

Ch'è quanto biſognava determinare.

## AVVERTIMENTO.

227. Si noti che co' dati dell'eſpoſto problema ſi può anche determinare l'angolo di poſizione PSR della ſtella.

## PROBL. XXXII.

228. *Date la longitudine, e la latitudine d' una ſtella, e data di più l' obbliquità dell' eclittica, determinare l' aſcenſione retta, e la declinazione dell' iſteſſa ſtella.*

### SOLUZIONE.

S' intenda fatta l' iſteſſa preparazione del probl prec.. S' avranno relativamente alla longitudine gli ſteſſi quattro caſi avuti nel probl. antec. relativamente all'aſcenſione retta. Ed eſſendo data la longitudine, ſarà in tutt' i caſi noto l' arco AF; e perciò noto pure l' arco FM, e conſeguentemente l' angolo SRP. Sono noti anche in tutt' i medeſimi caſi PR, uguale all'inclinazione dell' eclittica, ed RS, complimento della latitudine SF all' arco del quadrante. Sicchè determinando nel triangolo SPR il lato PS,

e

e l'angolo SPR, s'avranno la declinazione SD, e l'arco DE, e conſeguentemente l'arco DA; vale a dire la declinazione coll'arco SD, e l'aſcenſione retta coll' arco AD nel primo caſo rappreſentato dalla *Fig.* 22, con ſottrarre AD dalla mezza periferia nel caſo 2° rappreſentato dalla *Fig.* 23, con aggiugnere AD alla mezza periferia pel caſo 3° rappreſentato dalla *Fig.* 24, e con ſottrarre AD dall'intera periferia nell'ultimo caſo rappreſentato della *Fig.* 25.

Ch' è quanto biſognava determinare.

## AVVERTIMENTO I.

229. Si noti che anche co'dati di queſt' altro eſpoſto probl. ſi può determinare l'angolo di poſizione PSR della ſtella.

## AVVERTIMENTO II.

230. Non ci prendiamo la pena di ſoggiugnere qui i tre ſeguenti problemi: 1° *Date d' una ſtella l' aſcenſione retta, e la longitudine, e data l' obbliquità dell' eclittica, determinare la declinazione, e la latitudine*: 2° *Date d' una ſtella l' aſcenſione retta, e la latitudine, e data pure l' obbliquità dell' eclittica, determinare la declinazione, e la longitudine*: E 3° *finalmente date d' una ſtella la longitudine, e la declinazione, e data anche l' obbliquità dell' eclittica, determinare l' aſcenſione*

*retta, e la latitudine*. Perchè è facile a comprendere che relativamente al primo in tutt' i casi vengono del triangolo SPR noti i due angoli SPR, SRP, e 'l lato RP; onde determinando i lati SP, SR, si hanno co' complimenti di essi agli archi de' quadranti la declinazione della stella, e la latitudine; che relativamente al secondo in tutt' i casi pure vengono del triangolo SPR noti i lati PR, RS, e l'angolo SPR; onde determinando l'arco PS, e l'angolo SRP, si hanno la declinazione della stella, e la longitudine; e che relativamente al terzo finalmente vengono in tutt'i casi noti del triangolo SPR i lati RP, PS, e l'angolo SRP; e perciò determinando il lato RS, e l'angolo SPR, si hanno la latitudine della stella, e l'ascensione retta.

## AVVERTIMENTO III.

231. Si noti finalmente, che il probl., *date d' una stella la declinazione, e la latitudine, e data l' obbliquità dell' eclittica, determinare l' ascensione retta, e la longitudine dell' istessa stella*, è affatto inutile per l' Astronomia. Perchè sebbene co' dati di tale probl. si abbiano noti tutt'i lati del triangolo SPR, e si possino conseguentemente determinare gli angoli SPR, SRP: nondimeno tali angoli ci fanno solamente conoscere gli archi AD, AF; ma non ci lasciano conoscere

se

se sì fatti archi esprimono rispettivamente l'ascensione retta, e la longitudine della stella, o i complimenti di esse alle mezze periferie, o pure gli eccessi sulle mezze periferie, o finalmente i complimenti di esse alle periferie intere.

## CAP. XV.

*Della Precessione degli equinozj, e delle determinazioni delle formole generali per calcolare le variazioni, che tale precessione cagiona alle ascensioni rette, e alle declinazioni delle stelle.*

### DEFINIZIONE I.

232. Si chiama *precessione degli equinozj* certo lentissimo cambiamento di sito, che vanno continuamente facendo nella periferia dell' eclittica i punti equinoziali, procedendo per essa con lentissimo moto retrogrado, cioè contro l' ordine de' segni.

## COROLLARIO I.

233. Essendo i punti solstiziali sempre a gr. 90 di distanza dagli equinoziali; con andare nella periferia dell'eclittica continuamente ritrocedendo i punti equinoziali, continuamente debbono ancora andare ritrocedendo i punti solstiziali; e di quanto in un dato tempo ritrocedono gli uni, di tanto debbono ritrocedere anche gli altri.

## AVVERTIMENTO I.

234. Hipparco, il più insigne tra gli antichi Astronomi, paragonando le longitudini delle fisse da esso determinate circa l'anno 128 avanti C. C, colle determinate assai prima da Timochero, e con quelle, che trovò registrate da 380 anni avanti G. C. nella sfera di Eudosso, conobbe prima d'ogni altro che tali longitudini non si conservano sempre le medesime, ma che di continuo vanno crescendo, sebbene lentissimamente. Coll'ajuto di simili confronti l'istesso hanno conosciuto in seguito tutti gli altri Astronomi, e meglio per l'accrescimento maggiore osservato nelle longitudini. Intanto gli Astronomi con dividere l'avanzo trovato in sì fatte longitudini pel numero degli anni, ne' quali s'è fatto, hanno rilevato l'accrescimento annuale delle medesime, ch'

ch'è ſecondo Ticone, e Bullialdo di $51^{11}$, ſecondo Caſſini di $51^{11}.43$, ſecondo Halley di $50^{11}$, e ſecondo l'Abbate de la Caille di $50^{11}\frac{1}{3}$. Tale diverſità però non deve recare meraviglia, derivando dal diverſo grado d'eſattezza delle oſſervazioni, delle quali sì fatti Aſtronomi in rilevare il detto annuale accreſcimento hanno fatto uſo. Del reſto, noi prenderemo tale annuale accreſcimento ſempre di $50^{11}\frac{1}{3}$, come rilevato da longitudini con più eſattezza delle altre determinate, e come a un di preſſo corriſpondente all'accreſcimento annuale, che riſulta dalle longitudini, che ſi hanno nell'ultimo catalogo delle ſtelle, paragonate con quelle, che ſi trovano regiſtrate aſſai prima nel catalogo brittanico.

## COROLLARIO II.

235. Creſcendo le longitudini delle ſtelle per un anno di $50^{11}\frac{1}{3}$ a un di preſſo, creſceranno in una ſettimana circa $1^{11}$, e in un meſe circa $4^{11}$. Sicchè per lo ſpazio d'un meſe, e molto più d'una ſettimana ſi poſſono le longitudini delle ſtelle prendere ſenza errore ſenſibile per coſtanti.

## AVVERTIMENTO II.

236. A ſuo luogo ſi dimoſtrerà 1° che il moto delle ſtelle in longitudine non è rea-

reale, ma apparente, derivando dalla preceſſione degli equinozj; e che tale preceſſione viene cauſata dalle attrazioni del Sole, e molto più della Luna ſulla terra, combinate colla figura dell' iſteſſa terra rilevata nell' equatore; 2° che l' iſteſſa preceſſione altera delle ſtelle ugualmente le longitudini, inegualmente le aſcenſioni rette, e le declinazioni, e niente affatto le latitudini; e 3° finalmente che la medeſima preceſſione riceve certa variabilità dalla variabilità dell' inclinazione dell' eclittica, cagionata dalle attrazioni degli pianeti, per cui nello ſpazio di circa 9 anni per gradi minimiſſimi va alquanto creſcendo, e in altrettanto tempo con pari gradi ſcemando. Quindi la preceſſione ſtabilita di $50^{11}\frac{1}{2}$ l'anno non è, ſe non la preceſſione mezzana degli equinozj, cioè quella, che ſi ha, qualora non è nè la maſſima, nè la minima, ma mezzana tra l' una, e l' altra.

## AVVERTIMENTO III.

237. Si noti finalmente che ſi dimoſtrerà ancora che le latitudini delle ſtelle, ſebbene non ſieno alterate dalla ſemplice preceſſione degli equinozj, nondimeno ricevono certa alterazione dalla cagione, che rende variabile l' inclinazione dell'eclittica, e conſeguentemente variabile l' iſteſſa preceſſione; e che le latitudini di alcune particolari ſtelle,

le, oltre la generale alterazione, che ſoffrono per l'accennata cagione, ne ſoffrono un' altra ſpeziale, di cui non ſe n'è ancora indagata la cagione, e che ſi ha cura di determinare colle pure oſſervazioni.

## DEFINIZIONE II.

238. Chiameremo in ſeguito *preceſſione in longitudine* la preceſſione degli equinozj; perchè per qualunque tempo di tanto creſcono le longitudini delle ſtelle, di quanto ritrocedono gli equinozj. Similmente chiameremo *preceſſione in aſcenſione retta*, e *preceſſione in declinazione* d'una ſtella, le variazioni cauſate riſpettivamente all' aſcenſione retta, e alla declinazione di tale ſtella dalla preceſſione degli equinozj.

## COROLLARIO.

239. Quindi la preceſſione in longitudine mezzana è di $50^{11}\frac{1}{2}$ l'anno. Onde ſi determina la ſua quantità per qualunque dato tempo, trovando il quarto proporzionale in ordine al tempo d' un anno, al tempo dato, e a $50^{11}\frac{1}{2}$.

## AVVERTIMENTO.

240. Già s' è detto che la preceſſione degli equinozj, o ſia la preceſſione in longi-

gitudine non s'avanza uniformemente, ma che ſoffre nel ſuo avanzamento certe alterazioni. Di tali alterazioni però ne terremo conto a ſuo luogo, quando avremo inſegnato il modo di determinarle. Ci baſta qui avvertire che ſono sì piccole, che in prendere la preceſſione in longitudine mezzana corriſpondente a un dato tempo per la corriſpondente effettiva preceſſione in longitudine o non ſi erra, o l'errore è di pochi ſecondi. Premeſſe intanto tali coſe, procediamo ora a trovare le formole, per mezzo delle quali ſi poſſono determinare le preceſſioni in aſcenſioni rette, e in declinazioni delle ſiſſe. Perciò ſia il

## PROBL. XXXIII.

241. *Trovare una formola generale per potere col ſuo ajuto determinare le picciole preceſſioni in aſcenſione retta di qualſiſia ſtella, date le picciole corriſpondenti preceſſioni in longitudine.*

### SOLUZIONE.

Fig. 26 Contraſſegnino AB l'equatore, AG l'ecliptica, P il polo ſettentrionale, R il polo vicino dell'eclittica, S una ſtella, PD l'arco di cerchio di declinazione procedente per S, RE l'arco di cerchio di latitudine, procedente pure per S, e PR l'arco del coluro de'

de' ſolſtizj, che congiugne i detti poli. Suppoſta picciola la preceſſione in longitudine della ſtella, ſi potrà ſenza errore ſenſibile prendere come coſtante la latitudine SE della medeſima ſtella. Sicchè nel triangolo ſferico SPR ſi poſſono conſiderare come coſtanti i due lati PR, RS. Dandoſi intanto una picciola variazione alla longitudine della ſtella S, per la picciola preceſſione ſuppoſta, ſi deve dell'iſteſſa miſura variare l'angolo in R; e di più di quanto ſi varia l'angolo in P per la variazione dell'angolo in R, di tanto ſi deve variare l'aſcenſione retta della ſtella, o ſia la preceſſione in aſcenſione retta. Sicchè, poſte della ſtella S qualunque picciola preceſſione in longitudine = L, e la corriſpondente picciola preceſſione in aſcenſione retta = X, ſarà

$$X : L = var.\ P : var.\ R.$$

Or pel § 142 della Trig. ſferica ſtà

$$var.\ P : var.\ R = ſen.\ S \times ſen.\ RS : ſen.\ PS \times tan.\ S,$$

ovvero

$$var.\ P : var.\ R = ſen.\ S \times coſ.\ SE : coſ.\ SD \times tang.\ S.$$

Dunque

$$X : L = ſen.\ S \times coſ.\ SE : coſ.\ SD \times tang.\ S.$$

So-

Sono in oltre pel triangolo SEF, rettangolo in E, posto il seno massimo = R,

$$sen.\ S = \frac{R \times cos.\ F}{cos.\ SE}$$ (§80 *Trig. sfer.*).

$$tan.\ S = \frac{R \times cot.\ F}{cos.\ SF}$$ (§81 *Trig. sfer.*).

Sicchè

$$X : L = cos.\ F : \frac{cos.\ SD \times cot.\ F}{cos.\ SF},$$

ovvero

$$X : L = cos.\ SF : cos.\ SD \times \frac{cotan.\ F}{cos.\ F},$$

e conseguentemente

$$X : L = cos.\ SF : cos.\ SD \times \frac{R}{sen.\ F},$$

o pure

$$X : L = cos.\ SF \times sen.\ F : cos.\ SD \times R.$$

Ma pel triangolo FDA, rettangolo in D, è

$$sen.\ F = \frac{R \times cos.\ A}{cos.\ DF}$$ (§80 *Trig. sfer.*).

Dun-

Dunque

$$X : L = cos.\ SF \times cos.\ A : cos.\ SD \times cos.\ DF .$$

E' di più pel § 66 della Trig. sfer.

$$cos.\ SF = cos.\ (SD - DF) = \frac{cos.\ SD \times cos.\ DF + sen.\ SD \times sen.\ DF}{R}.$$

Sicchè

$$X : L = cos.\ A\ (cos.\ SD \times cos.\ DF + sen.\ SD \times sen.\ DF) : cos.\ SD \times cos.\ DF \times R,$$

ovvero

$$X : L = cos.\ A \left(1 + \frac{sen.\ SD \times sen.\ DF}{cos.\ SD \times cos.\ DF}\right) : R,$$

o pure

$$X : L = cof.\ A \left( 1 + \frac{tan.\ SD \times tan.\ DF}{R^2} \right) : R,$$

e conseguentemente

$$X : L = cof.\ A \left( R^2 + tan.\ SD \times tan.\ DF \right) : R^3$$

E' di vantaggio pel § 75. *della Trig. sfer.*

$$ang.\ DF = \frac{1}{R} \left( tan.\ A \times sen.\ AD \right);$$

Dunque

$$X : L = R^2 \times cof.\ A + \frac{tang.\ SD \times sen.\ AD \times cof.\ A \times tan.\ A}{R} : R^3;$$

Finalmente

$$cof.\ A \times tan.\ A = R \times sen.\ A;$$

Ora

Onde

$$X : L = R^2 \times \textit{cof.}\ A + \textit{ſen.}\ A \times \textit{ſen.}\ AD \times \textit{tan.}\ SD : R^3 .$$

Per la qual coſa

$$X = \frac{1}{R^3} \times L\ (\ R^2 \times \textit{cof.}\ A + \textit{ſen.}\ A \times \textit{ſen.}\ AD \times \textit{tan.}\ SD\ ).$$

Ch' è ciò, che biſognava trovare.

## AVVERTIMENTO I.

242. Si noti che qualora la ſtella ha declinazione ſettentrionale, allora al ſecondo termine della formola trovata l' appartiene il +, ſe la ſtella colla longitudine corriſponde ai primi *6* ſegni dell' eclittica, ed il ——, ſe corriſponde agli altri *6* ſegni; perchè nel primo caſo è $SF = SD - DF$, e conſeguentemente $\textit{cof.}\ SF = \textit{cof.}\ (SD - DF) = \frac{1}{R}\ (\textit{cof.}\ SD \times \textit{cof.}\ DF + \textit{ſen.}\ SD \times \textit{ſen.}\ DF)$ (§ *66 della Trig. ſfer.*); e nel ſecondo caſo è $SF = SD + DF$, e perciò $\textit{cof.}\ SF = \textit{cof.}\ (SD + DF) = \frac{1}{R}$

$\left( \textit{cof.}\ SD \times \textit{cof.}\ DF - \textit{ſen.}\ SD \times \textit{ſen.}\ DF \right)$

( *65 della Trig. sfer.* ). Qualora poi la ſtella ha declinazione auſtrale, allora per l'iſteſſa ragione al ſecondo termine della detta formola l'appartiene il ——, ſe tale ſtella colla longitudine corriſponde agli detti primi *6* ſegni, e'l +, ſe corriſponde agli altri *6* ſegni.

## COROLLARIO I.

243. Quindi la preceſſione in aſcenſione retta per tutt'i quattro detti caſi, che poſſono accadere, è eſpreſſa dalla formola generale $X = \frac{1}{R^3} \times L \left( R^2 \times \textit{cof.}\ A \pm \textit{ſen.}\ A \times \textit{ſen.}\ AD \times \textit{tan.}\ SD \right) = \frac{\text{preceſ.}}{\textit{cub.}\ \text{ſen.}}$ in long. $\frac{}{\text{maſ.}} \left( \textit{quad.}\ \text{ſen. maſ.} \times \textit{cof.}\ \text{incl. eclit.} \pm \textit{ſen.}\ \text{incl. eclit.} \times \textit{ſen.}\ \text{aſcen. ret.} \times \textit{tan.}\ \text{decl.} \right)$; avendo luogo il + nel ſecondo termine e quando la ſtella ha la declinazione ſettentrionale, e colla longitudine corriſponde agli primi ſei ſegni dell' eclittica, e quan-

e quando ha la declinazione auſtrale, e colla longitudine corriſponde agli *6.* ultimi ſegni dell' iſteſſa eclittica; ed avendo luogo il —— e quando la ſtella ha la declinazione ſettentrionale, e colla longitudine corriſponde agli ultimi ſei ſegni dell' eclittica, e quando ha la declinazione auſtrale, e colla longitudine corriſponde agli *6* primi ſegni della medeſima eclittica.

## COROLLARIO II.

244. E perciò ſe, conoſciute l' aſcenſione retta, e la declinazione d' una ſtella pel tempo A, ſi determina coll' ajuto di sì fatta formola di quanto tale aſcenſione retta ſi varia nell'intervallo di tempo B; con aggiugnere sì fatta variazione all' aſcenſione retta della ſtella pel tempo A, o con ſottrarla da eſſa, ſi ha l' aſcenſione retta dell' iſteſſa ſtella corriſpondente al tempo poſteriore, o anteriore ad A di quanto il dinota l' intervallo di tempo B. E' neceſſario però che la preceſſione in longitudine, calcolata corriſpondente all' intervallo di tempo B in ragione di $50'' \frac{1}{3}$ l'anno, ſi poſſa prendere per una variazione della longitudine sì picciola, da non indurre nel riſultato della formola errore ſenſibile.

## AVVERTIMENTO II.

245. Si noti, che qualora la preceſſione in longitudine, corriſpondente all' intervallo di tempo B, non è da poterſi prendere per una picciola variazione delle longitudini delle ſtelle; in tale caſo, avuta l' aſcenſione retta d' una ſtella pel tempo A, per determinare quella, che le compete per un altro tempo tanto maggiore, o minore di A, quanto il dinota B, conviene prima determinare per sì fatto tempo la longitudine, e la latitudine della ſtella, e poſcia determinare l' aſcenſione retta del modo inſegnato nel probl. 32. Procediamo intanto a trovare l' altra formola, che ci mena alla determinazione delle declinazioni delle fiſſe. Perciò ſia il

## PROBL. XXXIV.

246. *Trovare una formola generale per potere col ſuo ajuto determinare le picciole preceſſioni in declinazione di qualſiſia ſtella, date le corriſpondenti picciole preceſſioni in longitudine.*

### SOLUZIONE.

Si ſupponga l' iſteſſo che s' è ſuppoſto nel probl. prec.. E' chiaro che di quanto ſi varia

ria nel triangolo SPR il lato PS, ſucceduta una picciola variazione nell'angolo R, e conſeguentemente nella longitudine della ſtella S, di tanto ſi deve variare la declinazione DS dell'iſteſſa ſtella, o ſia la preceſſione in declinazione. Sicchè, poſta della ſtella S qualunque picciola preceſſione in longitudine = L, e la corriſpondente picciola preceſſione in declinazione = Y; ſarà

$$Y : L = var.\ PS : var.\ R.$$

Or pel § 137 della Trig. sfer., poſto il ſeno maſſimo = R, ſta

$$var.\ PS : var.\ R = ſen.\ RS \times ſen.\ S : R^2;$$

Dunque

$$Y : L = ſen.\ RS \times ſen.\ S : R^2;$$

Ma pel triangolo SEF, rettangolo in E, è

$$ſen.\ S = \frac{R \times coſ.\ F}{coſ.\ SE} = \frac{R \times coſ.\ F}{ſen.\ RS}.$$

Sicchè

$$Y : L = coſ.\ F : R.$$

Finalmente pel triangolo ADF, rettangolo in D, è

$$\text{cos. F} = \frac{\text{sen. A} \times \text{cos. AD}}{\text{R}} \quad (\S 80\ \textit{Trig. sfer.}$$

Onde

$$\text{Y} : \text{L} = \text{sen. A} \times \text{cos. AD} : \text{R}^2 .$$

Per la qual cosa

$$\text{Y} = \frac{\text{L}}{\text{R}^2} \times (\text{sen. A} \times \text{cos. AD}),$$

ovvero

$$\text{Y} = \frac{\text{prec. in long.}}{\text{quad. sen. mas.}} \left( \begin{matrix} \text{sen. incl. eclit.} \\ \text{ascen. ret.} \end{matrix} \times \text{cos.} \right).$$

Ch'è ciò, che bisognava trovare.

## COROLLARIO I.

247. Andandosi l' equatore dal principio di capricorno fino al principio di cancro discostando sempre dagli paralleli all' eclittica, che sono nell' emisfero settentrionale, e avvicinando a quei, che sono nell' emisfero australe; e dal principio di cancro fino al principio di capricorno avvicinando agli primi, e discostando dagli secondi; ne segue che

che la preceſſione fa creſcere la declinazione d'una ſtella, ſe è ſettentrionale, e diminuire, ſe è auſtrale, qualora tale ſtella coll' aſcenſione retta corriſponde agli ſegni aſcendenti; e al contrario la fa diminuire, ſe è ſettentrionale, e creſcere, ſe è auſtrale, qualora la ſtella coll' aſcenſione retta corriſponde alli ſegni diſcendenti.

## COROLLARIO II.

248. In oltre ſe, conoſciute l'aſcenſione retta, e la declinazione d'una ſtella pel tempo A, ſi determina coll' ajuto della formola già trovata di quanto tale declinazione ſi varia nell' intervallo di tempo B; con aggiugnere sì fatta variazione alla declinazione della ſtella pel tempo A, o con ſottrarla da eſſa ſecondo il caſo, che occorre, ſi ha la declinazione dell'iſteſſa ſtella corriſpondente al tempo poſteriore, o anteriore ad A di quanto il dinota l' intervallo di tempo B. E' neceſſario pure che la preceſſione in longitudine, calcolata corriſpondente all' intervallo di tempo B in ragione di $50^{11}\frac{1}{2}$ l' anno, ſi poſſa prendere per una variazione della longitudine sì picciola, da non indurre nel riſultato della formola errore ſenſibile.

## AVVERTIMENTO I.

249. Si noti che qualora la preceſſione

in longitudine, corrispondente all'intervallo di tempo B, non è da potersi prendere per una picciola variazione delle longitudini delle stelle; in tale caso, avuta la declinazione d'una stella pel tempo A, per determinare quella, che le compete per un' altro tempo tanto maggiore, o minore di A, quant'il dinota B, conviene prima determinare per sì fatto tempo la longitudine, e la latitudine della stella, e poscia determinare la declinazione del modo insegnato nel probl. 32.

## AVVERTIMENTO II.

250. A suo luogo insegneremo i modi di calcolare le piccioliſſime variazioni, che per la variabilità dell'inclinazione dell'ecliptica soffrono e la precessione in longitudine delle fisse, e le latitudini delle medesime, dopo che avremo stabiliti i fondamenti di sì fatte determinazioni.

# CAP. XIV.

*Si definiſcono l' anno ſolare, le ſue ſpezie, e l' anno civile, e s' eſpone il come s' è proceduto per giugnere all' eſatta determinazione e delle ſpezie dell' anno ſolare, e dell' anno civile, di cui facciamo uſo.*

## DEFINIZIONE I.

251. Si chiama *anno ſolare* il tempo, che ſcorre intanto che il Sole appariſce fare l' intero giro dell' eclittica, ciò che ſcorre dal momento, in cui il Sole appariſce in un punto dell'eclittica fino a quello, in cui v' appariſce ritornato.

## AVVERTIMENTO I.

252. Si miſura l' anno ſolare co' giorni, colle ore, e co' minuti ſolari, che ſcorrono tra i due detti momenti.

## AVVERTIMENTO II.

253. Sebbene ogni punto dell' eclittica poſſa ſervire per dinotare il principio, e 'l fine d' una rivoluzione del Sole per l' iſteſſa eclittica, e conſeguentemente per rilevarne la miſura dell' anno ſolare: nondimeno gli Aſtronomi ſi ſono avvaluti, e s' avvalgono comunemente per tale biſogno d'uno de' punti equinoziali, come punti, ne' quali ſi determina l' arrivo del Sole con facilità, e ſenza biſogno di conoſcere l' obbliquità dell' eclittica.

## AVVERTIMENTO III.

254. Si noti che la preceſſione degli equinozj fa che il Sole, in partendo da un punto equinoziale, parta da un punto dell' eclittica, e che in ritornandovi, ritorni non al medeſimo, ma ad un' altro anteriore di tanto, quant'è il picciolo arco, che miſura l' iſteſſa preceſſione annuale degli equinozj. Quindi è derivata la diſtinzione dell' anno ſolare in *anno tropico*, e in *anno ſidereo*.

## DEFINIZIONE II.

255. Si dice *anno tropico* il tempo della miſura di quello, che ſcorre tra due iſteſſi equi-

equinozj, che ſi ſeguono immediatamente l'uno appreſſo l'altro. Si chiama poi *anno ſidereo* il tempo, che ſcorre da che il Sole appariſce partire da un punto dell'eclittica, finchè v'appariſce ritornato.

## COROLLARIO I.

256. Quindi l'anno tropico è minore dell'anno ſidereo di quanto eſige il Sole in avanzarſi in longitudine per l'arco, che miſura la preceſſione annuale degli equinozj.

## COROLLARIO II.

257. Eſſendo in oltre l'anno tropico della miſura già detta, da qualunque ſtagione venghi tale anno incominciato, nella medeſima ſtagione deve terminare. Sicchè, fiſſato il principio d'un anno tropico in una ſtagione, tutti gli altri debbono dalla medeſima ſtagione incominciare, e debbono in tutti le medeſime ſtagioni ricorrere alle medeſime parti di eſſi. E quindi s'intende perchè sì fatto anno s'è chiamato anno tropico.

## COROLLARIO III.

258. Eſſendo di più l'anno ſidereo alquanto più lungo dell'anno tropico; ſe un anno ſidereo viene incominciato da una ſtagio-

gione ; l' anno ſeguente ſi deve incominciare al quanto più tardi , e gli altri in ſeguito vanno incominciati ſempre più tardi, e più tardi. Sicchè il Sole in un anno ſidereo torna a corriſpondere alla medeſima ſtella , motivo per cui tale anno s' è chiamato anno ſidereo; però le ſtagioni relativamente a sì fatti anni vanno ſempre retrocedendo.

## COROLLARIO IV.

259. E perciò affinchè le medeſime ſtagioni corriſpondano ſempre alle medeſime parti dell' anno, dell' anno tropico , e non del ſidereo conviene far uſo.

## AVVERTIMENTO I.

260. Si noti che l'anno tropico, e l'anno ſidereo ſi dicono in generale *anni aſtronomici*, come anni con oſſervazioni aſtronomiche determinati, e in uſo ſolamente preſſo gli Aſtronomi.

## AVVERTIMENTO II.

261. Si noti anche d'eſſer ſtato determinato alla prima l'anno tropico , con determinare due equinozj di primavera, o d'autunno, ſucceduti l' uno appreſſo l' altro , e con tener conto de' giorni ſolari ſcorſi tra ta-

tali determinazioni ; e d' eſſer ſtato trovato di giorni ſolari 365, e circa ore 6 di più. E finalmente ſi noti che tutte le volte che s'è fatta ſimile determinazione, s'è ſempre trovato l' anno tropico dell' iſteſſa miſura, da qualche picciola differenza in fuori di minuti, che ha dato motivo a far cercare in ſeguito una miſura più eſatta dell'iſteſſo anno, come diremo qui appreſſo.

## DEFINIZIONE III.

262. Si chiama *anno civile* l' anno ſtabilito da ciaſcuna nazione per miſurare i lunghi intervalli de' tempi, che occorre nella vita civile di miſurare, e ſtabilito per comodo de' computi di un numero determinato di giorni interi, ſenza l' aggiunta d' ore, e minuti.

## AVVERTIMENTO.

263. L' anno civile è ſtato preſo dalle diverſe nazioni di miſure diverſe, delle quali altre più, e altre meno s' avvicinano alla miſura dell' anno tropico. Alcuni popoli l' hanno regolato con aver riguardo non ai ſoli moti del Sole, ma anche a que' della Luna. Noi non ci prendiamo la pena d' addurre qui tutte le miſure diverſe date all' anno civile, appartenendo ciò alla Cronologia; ci contentiamo ſolamente d' eſporre la mi-

miſura dell' anno civile romano, e le riforme, che da tempo in tempo ha ricevuto per giugnere alla miſura, che conſerva tra noi.

## *Stabilimento dell' anno civile romano, fatto da Romolo.*

364. Romolo ſtabilì l'anno civile di 304 giorni ſolari; il diſtribuì in 10 meſi, de' quali Marzo era il primo, e Dicembre l'ultimo; e volle che incominciaſſe dalla primavera.

## COROLLARIO.

265. Sicchè l' anno di Romolo mancava dall' anno tropico di circa giorni 61 $\frac{1}{4}$, o conſeguentemente col ſuo principio andava retrocedendo per le diverſe ſtagioni.

## AVVERTIMENTO.

266. Si noti che l'iſteſſo Romolo accortoſi che il principio dell'anno andava retrogradando per le diverſe ſtagioni, ordinò che a ciaſcun anno s' aggiugneſſero tanti giorni, quanti ne biſognavano per farlo principiare colla primavera. Laſciò intanto sì fatti giorni

ni ſenza diſtribuirli in meſi. Eccone lo ſtabilimento dell' anno romano.

## I^a *Riforma dell' anno romano, fatta da Numa Pompilio.*

267. Numa riformò l' anno ſtabilito da Romolo a queſto modo. 1. V' aggiunſe 51 giorni, e'l riduſſe di 355 giorni. 2. Accrebbe il numero de' meſi fino a 12 con aggiugnervi Gennaro, e Febraro; ordinando che il primo meſe dell' anno foſſe Gennaro, e l' ultimo Dicembre. 3. E finalmente fiſſò il principio d' ogni anno nel principio dell'inverno; perchè da tale tempo incominciano il Sole ad avvicinarſi al polo ſettentrionale, e i giorni ad accreſcerſi relativamente alle notti.

### COROLLARIO.

268. Quindi l' anno ſtabilito da Numa mancava anche dall' anno tropico di circa giorni 10 $\frac{1}{4}$, e conſeguentemente andava col ſuo principio pure retrocedendo relativamente alle diverſe ſtagioni.

## AVVERTIMENTO I.

269. Tale difetto però fu avvertito dall' iſteſſo Numa, e credette che in ogni quadriennio vi mancaſſero non giorni 41, ma 45. Perciò ordinò che in ogni quadriennio s' intercalaſſero nel Febraro del ſecondo anno 22 giorni, e nel Febraro del quarto anno giorni 23. In tal modo Numa l' errore, che aveva l' anno in difetto di giorni 10 $\frac{1}{4}$, il riduſſe a un errore in eccesſo di giorni 4 in ogni quadriennio.

## AVVERTIMENTO II.

270. Si noti che a tale nuovo errore v' appreſtarono i poſteri rimedio, con regole intercalazioni in ogni ſpazio di 6 quadriennii a quest' altro modo. Ne' primi quattro quadriennii facevano le intercalazioni ſtabilite da Numa, e negli altri due intercalavano non 90 giorni negli 8 anni, ma giorni 66, acciò veniſſero in 24 anni tolti i giorni 24 d' eccedenti. Ecco con quale confuſione fu in Roma per più ſecoli regolato l'anno civile; confuſione, che s'accreſceva non poco dagli Sacerdoti, a' quali era affidata la cura delle intercalazioni; perchè le intercalazioni venivano tal volta da eſſi alterate a tenore de' loro parziali impegni.

AV-

## AVVERTIMENTO III.

271. Per ovviare Giulio Ceſare in qualità di Dittatore, e Pontefice inſieme alla detta confuſione dell' anno civile, chiamò dall' Egitto Soſigene matematico, e l' incaricò della cura di ridurre l' anno alla giuſta ſua miſura; affinchè, ſenza biſogno di tante intrigate intercalazioni, poteſſero le medeſime ſtagioni corriſpondere ſempre alle medeſime ſue parti. Soſigene intanto, miſurato l'anno tropico eſattamente di giorni $365\frac{1}{4}$, conſigliò la ſeguente

## II.ª *Riforma dell' anno civile romano, fatta da Giulio Ceſare.*

272. Giulio Ceſare riformò l'anno civile romano in tal modo ſempliciſſimo, cioè ſtabilendo che in ſeguito in tutt' i quadrienni ſucceſſivi ſi faceſſero i tre primi anni di giorni 365, e l'ultimo di giorni 366. Tali anni intanto ſono ſtati in memoria dell' iſteſſo Giulio Ceſare, che gli ſtabilì, chiamati *anni giuliani*.

## AVVERTIMENTO I.

273. Con riformare Giulio Ceſare l'anno civile, non cambiò nè il numero de' meſi ſtabilito da Numa, nè la ſtagione, da cui l'anno prendeva principio. De' meſi ne alterò ſolamente le miſure, riducendoli alle miſure, che tuttavia conſervano. Per far poi principiare il primo anno giuliano coll'inverno, li convenne accreſcere fino a giorni 444 l'anno, in cui ſtabilì la riforma, motivo per cui tale anno s'è chiamato *anno di confuſione*.

## AVVERTIMENTO II.

274. E' da ſapere che l'iſteſſo Giulio Ceſare il giorno da aggiugnere in ogni quarto anno volle che s'aggiugneſſe dopo il 23 di Febraro, e che ſi replicaſſe in tali anni il 24 di sì fatto meſe, ch'era giorno, in cui in Roma ſi ſolennizzava la memoria dell'eſpulſione de' Tarquinii. Or come il 24 di Febraro era il *ſexto Kalendas martii*; così ne' detti anni accadeva il *bis ſexto Kalandas martis*. Quindi è derivata la denominazione d'*anno biſeſtile* ad ognuno degli anni di giorni 366, chiamandoſi *anni comuni* tutti gli altri di giorni 365.

AV-

## AVVERTIMENTO III.

275. E' da ſapere pure che Gieſù Criſto ſi vuole nato nel 44$^{mo}$ degli anni giuliani, e che il primo anno della noſtra era criſtiana fu l'anno appreſſo, vale a dire il 45$^{mo}$ de'detti anni giuliani. Quindi eſſendo ſtato biſeſtile l'anno giuliano 44$^{mo}$, biſeſtile fu l'anno, in cui ſi vuole nato G. C.; e perciò gli anni della noſtra era 1°, 2°, e 3° furono comuni, il 4° fu biſeſtile, e biſeſtili ſono ſtati tutti gli altri eſpreſſi da numeri eſattamente diviſibili per 4.

## AVVERTIMENTO IV.

276. E' da ſapere di vantaggio che comunemente i cronologiſti, nel numerare gli anni giuliani avanti G. C., prendono per primo l'anno della naſcita. In tal modo s'incontrano in sì fatti anni i biſeſtili non negli anni eſpreſſi da numeri eſattamente diviſibili per 4, ma negli anni 5°, 9°, 13$^{mo}$, 17$^{mo}$, ec. Or noi col Gaſſini chiamiamo l'anno, in cui ſi vuole nato G. C., *anno zero*; e ſiccome nel numerare gli anni dopo G. C., o ſieno gli anni dell'era criſtiana, ſi prende per primo l'anno appreſſo all'anno zero; così nel numerare gli anni avanti G. C. prenderemo per primo l'anno avanti all'iſteſſo anno zero. In tal modo avre-

mo due vantaggi. Il primo sarà che i bisestili tanto negli anni dopo, quanto negli anni avanti G. C. s' avranno negli espressi da numeri esattamente divisibili per 4. Il secondo poi sarà che volendo sapere quanti anni tropici sono scorsi dall' equinozio di primavera dell' anno 13 avanti G. C. per esempio fino all' equinozio di primavera del 1781 dopo G. C., basterà sommare il 13 con 1781, che tale somma 1794 ci darà il numero cercato d'anni tropici. Poichè sebbene tutti gli anni scorsi dal 13 avanti G. C. inclusivamente fino al 1781 anche inclusivamente sieno 1795, dovendosi comprendere anche l'anno zero; gli anni tropici però scorsi tra i detti equinozj sono non 1795; ma 1794; dovendosi dalla somma 1795 togliere un anno intero, che compongono il tempo scorso dal principio dell' anno 13 avanti G. C. fino all' equinozio di primavera, e l'altro scorso dall' equinozio di primavera dell' anno 1781 dopo G. C. fino alla fine di tale anno, che non va compreso nel numero degli anni tropici cercato.

## AVVERTIMENTO V.

277. Si noti che numerando noi col Cassini gli anni giuliani avanti G. C. del modo già detto, numeraremo sempre un anno meno, che non numerano comunemente i cronologisti. Così l'anno primo giuliano, che

che ſecondo i cronologiſti è il 44 avanti G. C., ſarà per noi l'anno 43; e l'anno di confuſione, che ſecondo quelli è il 45 avanti G. C., per noi ſarà l'anno 44.

## AVVERTIMENTO VI.

278. Premeſſe tali coſe, procediamo ora ad eſaminare ſe l'anno giuliano mantiene ſempre le ſtagioni alle medeſime ſue parti sì, o no. L'anno giuliano è ſtato regolato coll'anno tropico di giorni $365\frac{1}{4}$. Se tale anno è eſattamente di sì fatta miſura; accadendo in un anno biſeſtile l'equinozio di primavera per eſempio un'ora prima del mezzodì del 21 di Marzo, deve l'iſteſſo equinozio ritornare più tardi del detto tempo di *6* ore nel ſeguente primo anno comune, di 12 ore nel ſecondo anno comune, di 18 ore nel terzo anno comune, e di 24 ore nell'anno appreſſo, ſe foſſe pure comune; ma perchè tale anno è biſeſtile, e in Febraro ſi trova accreſciuto d'un giorno; perciò in sì fatto anno deve il detto equinozio tornare di nuovo un'ora prima del mezzodì del 21 di Marzo.

## COROLLARIO I.

279. Quindi ſe l'anno tropico è eſattamente di giorni $365\frac{1}{4}$, l'equinozio di primavera, come altresì l'equinozio d'autunno,

ed i ſolſtizj debbono in tutt'i biſeſtili accadere ne'medeſimi corriſpondenti momenti di eſſi, e più tardi riſpettivamente di 6 ore in tutt'i primi anni comuni, di 12 ore in tutt'i ſecondi anni comuni, e di 18 ore in tutt'i terzi anni comuni. Per la qual coſa, ſe l'anno tropico è eſattamente di giorni $365\frac{1}{4}$, gli equinozj, e gli ſolſtizj negli anni giuliani comuni variano alquanto, ma ne'biſeſtili ſi reſtituiſcono agli medeſimi corriſpondenti momenti di eſſi.

## AVVERTIMENTO VII.

280. Sicchè ſe l'anno tropico è minore di giorni $365\frac{1}{4}$ di quanto il dinota $x$; accadendo l'equinozio di primavera un'ora prima del mezzodì del 21 di Marzo per eſempio in un anno biſeſtile, deve l'iſteſſo equinozio tornare più tardi di $6^{or.} - x$ nel ſeguente primo anno comune, di $2\ (6^{or} - x)$ nell'anno comune ſecondo, di $3\ (6^{or.} - x)$ nel terzo anno comune, e di $4\ (6^{or.} - x)$ nell'anno appreſſo, ſe foſſe comune; ma perchè è biſeſtile, e conſeguentemente ſi trova accreſciuto in Febraro d'un giorno; perciò in tale anno il detto equinozio deve anticipare di quanto $4\ (6^{or} - x)$ è minore di $24^{or.}$, o di quanto il dinota $4x$.

## COROLLARIO II.

281. Sicchè se l' anno tropico è minore di giorni $365\frac{1}{4}$ di quanto il dinota $x$; accadendo l' equinozio di primavera in un anno bisestile un' ora prima del mezzodì del 21 di Marzo per esempio, l' istesso equinozio deve anticipare di $4x$ nel seguente bisestile, di $8x$ nell' altro bisestile, di $12x$ nel bisestile appresso; e così procedendo innanzi.

## COROLLARIO III.

282. E perciò, notato il tempo, in cui accade l' equinozio di primavera in un bisestile, se si trova l'istesso equinozio anticipare del tempo $t$ nel primo, o nel secondo, o nel terzo, ec. de' seguenti bisestili; prendendo del tempo $t$ la parte quarta, o ottava, o dodicesima, ec., si ha di quanto si deve diminuire la quantità de' giorni $365\frac{1}{4}$, per avere la giusta lunghezza dell' anno tropico.

## AVVERTIMENTO VIII.

283. Si noti che l'istesso s'ottiene, se le dette determinazioni si fanno ambedue non ne' bisestili, ma negli anni primi, o secondi, o terzi dopo i bisestili.

## AVVERTIMENTO IX.

284. Dell'istesso modo procedendo si conosce che, se l'anno tropico è alquanto maggiore di giorni 365 $\frac{1}{4}$, l' equinozio di primavera deve andare posticipando da bisestile a bisestile, e così anche da anno primo a anno primo, da anno secondo a anno secondo, e da anno terzo a anno terzo dopo i bisestili; e deve posticipare da un bisestile all' altro proffimo della quarta parte della differenza de' giorni 365 $\frac{1}{4}$ dalla giusta misura dell' anno tropico.

## AVVERTIMENTO X.

285. Dopo lo stabilimento degli anni Giuliani più Astronomi in tempi diversi, con confrontare gli equinozj determinati in anni lontani l' uno dall'altro, e anni simili, cioè o tutti bisestili, o tutti primi, o tutti secondi, o tutti terzi dopo i bisestili, s'accorsero che gli stessi equinozj, e conseguentemente i solstizj andavano alquanto retrocedendo; e ciò fece loro conoscere che la misura dell' anno tropico di giorni 365 $\frac{1}{4}$ era alquanto eccedente. Per correggerla, s'è proceduto da ognuno a questo modo. 1. S'è cercata una determinazione dell' equinozio di primavera, o d'autunno fatta lungo tempo prima da altro Astronomo, e'l tempo no-

notato per sì fatta determinazione s'è riferito agli anni Giuliani, se non era a sì fatti anni riferito. 2. S'è cercata un' altra determinazione dell' istesso equinozio, fatta in anno simile con osservazioni o proprie, o d'altro Astronomo; e'l tempo notato per tale altra determinazione s' è riferito al mezzogiorno del luogo, in cui fu fatta la determinazione prima. 3. Col confronto de' tempi già detti, e riferiti ambidue agli anni Giuliani, e al mezzogiorno dell' istesso luogo s'è determinato di quanto è retroceduto l' equinozio nell' intervallo delle due dette determinazioni. 4. Con dividere il tempo dinotante la detta retrocessione pel numero degli anni tropici, ne' quali è seguita, s'è determinato l' eccesso da togliere dagli giorni $365\ \frac{1}{4}$, per avere l' anno tropico corretto. 5. Finalmente s' è tolto tale eccesso dalla detta somma di giorni; e così s'è determinato l'anno tropico corretto.

## AVVERTIMENTO XI.

286. Si noti che la misura dell'anno tropico, corretta del modo già detto, non si trova conclusa esattamente l' istessa da tutti gli Astronomi, che si sono presa la pena di correggerla: nè poteva altrimenti accadere a cagione delle osservazioni adoperate, non tutte d'uguale esattezza, e osservazioni diverse. Finalmente si noti che sebbene gli Astro-

Aſtronomi con correggere la miſura dell'anno tropico aveſſero conoſciuto, che con fare biſeſtile ogni 4° anno s' erraſſe alquanto in eccesſo: nondimeno l'uſo degli anni Giuliani fu generalmente continuato fino al 1582, tempo, in cui ſeguì la nuova riforma del calendario, ordinata da Papa Gregorio XIII. Quale intanto ſia ſtata tale riforma, ſi dirà qui in ſeguito; però prima eſporremo ciò, che ne diede occaſione.

## *S' eſpone ciò, che diede occaſione alla* III^a *riforma dell' anno civile romano, fatta da Gregorio XIII.*

287. Nell'anno 325 dell'era criſtiana ſi tenne il Concilio Niceno. I Padri di tale Concilio vollero tra le altre coſe regolare le Feſte mobili, e ſtabilire il tempo della celebrazione della Paſqua, dalla quale tutte le altre Feſte mobili dipendono. Si credeva allora che l'anno tropico foſſe, ſecondo la determinazione fattane da Tolomeo, di giorni 365. 5^or. . 55' $\frac{1}{5}$, e che, accaduto in quell' anno l' equinozio di primavera nel 21 di Marzo, doveſſe in ſeguito nel 21 di Marzo ſempre accadere, con piccio-

ciola correzione da darſi in avvenire al calendario. Quindi i detti Padri, fiſſato il detto equinozio nel 21 di Marzo, ſtabilirono con un decreto che la Paſqua ſi celebraſſe ſempre nella prima Domenica dopo il Plenilunio, che ſegue immediatamente appreſſo l'equinozio di primavera, vale a dire dopo il 21 di Marzo; e ciò fu così ſtabilito, sì perchè i Cattolici nella celebrazione della Paſqua ſi diſtingueſſero dagli Giudei, che la celebrano nell' iſteſſo giorno del detto plenilunio, come anche perchè coſtava d' eſſere accaduta la reſurrezione di G. C. la Domenica appreſſo la detta Paſqua de' Giudei. Tale ſtabilimento intanto del detto Concilio venne col correre degli anni dalla retroceſſione degli equinozj turbato. Quindi, ſeguita col correre degli anni una retroceſſione negli equinozj di più giorni, nacque il biſogno di riformare il calendario Giuliano.

## AVVERTIMENTO I.

288. Si noti che il primo progetto di tale riforma fu nel 1414 da *Pietro ab Alliaco* preſentato al Concilio di Coſtanza, e al Papa Giovanni XXIII; che il Cardinale Cuſano circa l'iſteſſo tempo ſcriſſe ſulla medeſima riforma, e ſulla correzione delle tavole alfonſine; che il Papa Siſto IV. chiamò in Roma, per eſeguirla, il celebre aſtronomo

nomo Regiomontano, il quale vi morì nel 1476, ſenz'averla potuta condurre a fine; che il Concilio di Trento in terminare le ſue ſeſſioni nel 1563 laſciò al Pontefice la cura di tale riforma; e che finalmente il Papa Gregorio XIII col parere de' ſavj del ſuo tempo vi venne a fine, e la promulgò con un breve in data del 24 di Febraro del 1581; acciò nell'anno ſeguente 1582 s'incominciaſſe ad eſeguire.

## AVVERTIMENTO II.

289. Il fondamento intanto di tale riforma fu la miſura dell'anno tropico, determinata di giorni 365. $5^{or.}$. $49^{1}\ \frac{1}{5}$ con aſſai eſattezza. I ſavj impiegati per tale riforma ragionarono a queſto modo. L'anno tropico, dicevano eſſi, è di $365^{gio.}$. $5^{or.}$. $49^{1}\ \frac{1}{5}$. Dunque la miſura dell'anno tropico adoperata per lo ſtabilimento degli anni Giuliani, ch'è di giorni $365\ \frac{1}{4}$, ha un eccesſo di $10^{1}\ \frac{4}{5}$. Onde 4 anni Giuliani eccedono 4 anni tropici di $43^{1}\ \frac{1}{5}$; e conſeguentemente gli equinozj in ogni quadriennio anticipano di $43^{1}\ \frac{1}{5}$. E perciò gli ſteſſi equinozj dall'an. 325 fino all'an. 1582, o ſia in anni 1257 ſi debbono trovare anticipati di circa 10 giorni; vale a dire che nel 1582 debbono accadere 10 giorni prima, che accaddero nell'an. 325. Ed in fatti nel detto anno 1582 l'equinozio di primavera accadde non

non nel 21, ma nell' 11 di Marzo. Sicchè per reſtituire nel 1582 gli equinozj, e conſeguentemente i ſolſtizj agli medeſimi giorni dell' anno, in cui accaddero nel 325, biſogna ſupprimere in tale anno 10 giorni; perchè in tal modo incominciandoſi ogni meſe dell' anno appreſſo 10 giorni prima, verranno in tale anno a poſticipare di 10 giorni gli equinozj, e gli ſolſtizj, e conſeguentemente verrà a cadere l' equinozio di primavera non nell'11, ma nel 21 di Marzo. Ecco in che modo ſi pensò ſanamente da detti ſavj di rimediare alla retroceſſione degli equinozj accaduta dall' an. 325 fino all' an. 1582. Per ovviare in oltre che gli ſteſſi equinozj non ſeguiſſero a retrocedere in avvenire, i medeſimi ſavj la diſcorſero in tale altro modo. La retroceſſione degli equinozj di $43' \frac{1}{5}$ in ogni quadriennio produce una retroceſſione in eſſi di 3 giorni in 400 anni. Dunque, dicevano eſſi, ſe gli anni centeſimi non ſi fanno tutti biſeſtili, ma ſucceſſivamente 3 comuni, e uno biſeſtile, ſi vengono gli equinozj, e conſeguentemente i ſolſtizj a mantenere ſempre circa i medeſimi giorni dell'anno. Ed ecco in che altro modo ſi pensò d' impedire che in avvenire gli equinozj non andaſſero retrocedendo. Quindi fu ſtabilita la

## III. *Riforma del calendario, fatta da Gregorio XIII.*

290. Gregorio XIII riformò il calendario Giuliano in tale altro modo ſempliciſſimo, cioè ordinando che il dì 5 d' Ottobre del 1582 ſi diceſſe il 15 dell' iſteſſo meſe, e che, laſciato biſeſtile l' an. 1600, degli anni centeſimi ſeguenti ſe ne faceſſero ſempre ſucceſſivamente 3 comuni, e uno biſeſtile; vale a dire che ſi faceſſero gli anni 1700, 1800, 1900 comuni, l' anno 2000 biſeſtile, gli anni 2100, 2200, 2300 comuni, l' anno 2400 biſeſtile, e così procedendo innanzi. Intanto il calendario in sì fatto modo riformato, s' è chiamato in memoria di Gregorio, che lo ſtabilì, *calendario gregoriano*; il numerare gli anni ſecondo tale calendario, s'è detto numerarli ſecondo il *nuovo ſtile*; e 'l numerarli ſecondo il calendario Giuliano, s' è detto numerarli ſecondo il *vecchio ſtile*.

### AVVERTIMENTO I.

291. L'eſpoſta riforma fu accettata da tutt' i Cattolici, ma non dagli Proteſtanti, i quali dal 1582 ſeguirono a numerare ſem-

per

pre meno de' cattolici 10 giorni fino al 1700, e giorni 11 dal 1700 in avanti. Però è da ſapere che tale riforma è ſtata già accettata dagli Proteſtanti di Alemagna, dagli Daneſi, e dagli Olandeſi nel 1700, e dall'Ingleſi nel 1752; ſeguendo intanto l'antico ſtile i ſoli Proteſtanti della parte ſettentrionale dell' Europa, e i Ruſſi. E perciò il 14 di Dicembre per noi è il 3 dell' iſteſſo meſe per gli Ruſſi; e 'l giorno, che ſarà il primo di Gennaro del 1783 per noi, ſarà per gli Ruſſi il 20 di Dicembre del 1782.

## AVVERTIMENTO II.

292. Si noti che la detta riforma, come fondata ſulla miſura dell'anno tropico di giorni 365. 5$^{or}$. 49$^{l}$ $\frac{1}{5}$, ſarebbe ſenza difetto alcuno, ſe l'anno tropico foſſe eſattamente, e coſtantemente della detta miſura. Or l' anno tropico non è, nè può eſſere d' una miſura coſtante, sì perchè la preceſſione annua degli equinozj è ſoggetta a certe piccole alterazioni [ § 236 ], come anche perchè l' archetto dell' eclittica, che la miſura, non corriſponde ſempre al medeſimo ſito di eſſa eclittica; anzi corriſpondendo relativamente all' equinozio di primavera, dove il Sole procede con velocità alquanto maggiore, e relativamente all' equinozio d'autunno, dove procede con velocità alquanto minore;

ſe

ſe in un iſteſſo anno ſi fanno due miſure dell' anno tropico, una per rapporto all' equinozio di primavera, e l' altra per rapporto all' equinozio d' autunno, la prima di tali miſure ſi trova avere qualche piccolo eccesſo ſulla ſeconda; e tale differenza di miſure ſi fa per l' iſteſſa cagione maggiore, ſe una ſi determina per rapporto al ſolſtizio d' inverno, e l' altra per rapporto al ſolſtizio di ſtate. Tale variabilità di miſura nell' anno tropico, ſebbene riſtretta tra limiti della differenza di pochi ſecondi, ha dato motivo agli Aſtronomi di cercare la miſura dell' *anno tropico medio*, cioè dell'anno tropico d'una miſura mezzana tra la ſua miſura maſſima, e minima. In che modo intanto ſi deve determinare l' anno tropico medio, s' inſegnerà a ſuo luogo, quando ſaranno ſviluppate le teoriche, dalle quali sì fatta determinazione deriva. Ci baſta qui di ſapere che tutti gli Aſtronomi, che l' hanno con accuratezza determinato, l' hanno trovato di $365^{gi.}.\ 5^{or.}.\ 48^{1}.\ 45^{11}\ \frac{1}{2}$, o pochiſſimo diverſo, e che noi in ſeguito di tale miſura ſempre il prenderemo, avendolo di tale miſura calcolato il Signor de la Lande, il quale v' ha uſato in calcolarlo tutt' i poſſibili riguardi.

## AVVERTIMENTO III.

293. Si noti pure che dall'eſſere ſtata la miſura dell'anno tropico adoperata nella riforma del calendario Gregoriano di $365^{gi.}\ 5^{or.}\ 49^{1}\ \frac{1}{5}$, e conſeguentemente maggiore di quella dell'anno tropico medio di $26^{11}\ \frac{1}{2}$, ne ſegue che l'anno Gregoriano mena ſeco anche certa anticipazione negli equinozj: però tale anticipazione come monta a $26^{11}\ \frac{1}{2}$ per anno, così non può giugnere ad un giorno intero, ſe non dopo anni 3260. Quindi la detta riforma, ſe non è ſtata eſattiſſima, racchiude un errore sì picciolo, che, per produrre l'anticipazione d'un giorno intero negli equinozj, biſogna che dall'anno 1582 ſcorrano anni 3260. Per la qual coſa ſi rimedierà in ſeguito a tale picciolo errore nel calendario Gregoriano, ſe ſi ſupprimerà un giorno nell'anno 4842, e un giorno intero s'anderà ſempre ſupprimendo in tutti gli altri, che ſeguiranno dopo il 4842 coll'intervallo di anni 3260.

## AVVERTIMENTO IV.

294. Si noti finalmente che ſi chiama *moto medio* del Sole quel moto equabile, col quale, ſe ſi moveſſe il Sole per l'eclittica, farebbe il ſuo giro intero nel tempo iſteſſo, che appariſce farlo co' gradi diverſi di

velocità ne' diversi punti della medesima. Or perchè nell' anno tropico medio dovrebbe il Sole col moto medio correre l' intera periferia dell'eclittica, diminuita dell'archetto, che dinota la media precessione annua degli equinozj; perciò se si cercherà in ordine a $365^{gi.}.\ 5^{or.}.\ 48^{1}.\ 45^{11}\ \frac{1}{2}$, a $1^{gi.}$, e a $360^{o} - 50^{11}\ \frac{1}{3}$ il quarto proporzionale, tale quarto proporzionale darà quanto col moto medio correrebbe per l' eclittica il Sole in un giorno; il quale spazio, fatto il calcolo, si trova essere di $59^{1}.\ 8^{11}$; se poi si cercherà in ordine a $360^{o} - 50^{11}\ \frac{1}{3}$, a $360^{o}$, e a $365^{gi.}.\ 5^{or.}.\ 48^{1}.\ 45^{11}\ \frac{1}{2}$ il quarto proporzionale, tale altro quarto proporzionale darà il tempo, in cui il Sole di moto medio farebbe l' intero giro dell' eclittica, o sia la misura dell'anno sidereo; che, fatto il calcolo, si trova essere di $365^{gi.}.\ 6^{or.}.\ 9^{1}.\ 10^{11}\ \frac{1}{2}$, vale a dire di $20^{1}.\ 25^{11}$ maggiore della misura dell' anno tropico medio.

CAP.

# CAP. XVII.

*S' espone quanto occorre circa la determinazione del tempo, e circa il regolamento degli orologj e per gli usi astronomici, e per gli usi civili.*

## DEFINIZIONE I.

295. Chiamiamo *misura del tempo* ogn' intervallo di tempo considerato come unità, al quale i tempi più lunghi si riferiscono, qualora di essi se ne vuole conoscere la grandezza.

## COROLLARIO.

296. Quindi un giorno solare, un' ora, un minuto, e così anche una settimana, un mese, un anno, un secolo, ec. sono misure diverse del tempo; e servono tali misure diverse per misurare tempi di grandezze diverse.

## AVVERTIMENTO I.

297. Sebbene le misure del tempo sieno

molte : nondimeno la misura fondamentale è il giorno solare ; rapportandosi ogni altra ad essa, come misura determinata dall'apparente rivoluzione diurna del Sole, facile ad avvertirsi da chicchessia.

## AVVERTIMENTO II.

298. Si credono comunemente i giorni solari d'una costante grandezza, e come tali vengono stimati nell' uso della vita civile. Intanto per l' inequabilità del moto annuo vero della terra, o del moto annuo apparente del Sole per l'eclittica, e per l'obbliquità dell' istessa eclittica relativamente all' equatore, secondo s'è detto ne' §§ 188, 191, accade che i giorni solari sono di certa grandezza quattro volte l' anno, nel 10 di Febraro, nel 15 di Maggio, nel 26 di Luglio, e nel 2 di Novembre ; che dal 10 di Febraro fino al 15 di Maggio, come anche dal 26 di Luglio fino al 2 di Novembre procedono prima successivamente allontanandosi in difetto dalla detta grandezza per certo intervallo, e poscia successivamente avvicinandosi ; e che finalmente dal 15 di Maggio fino al 26 di Luglio, come anche dal 2 di Novembre fino al 10 di Febraro procedono prima successivamente allontanandosi in eccesso dall' istessa misura per certo intervallo, e poscia successivamente avvicinandosi.

CO-

## COROLLARIO II.

299. Quindi agli giorni ſolari manca l' indiſpenſabile condizione, che deve avere ogni miſura, qual' è la coſtante, e inalterabile grandezza. Per la qual coſa i giorni ſolari, come anche le ore, e i minuti di eſſi non ſono atti a ſervire di miſura del tempo, ſe non ſe nell' uſo della vita civile, dove una preciſa eſattezza nella miſura del tempo non s' eſige.

## AVVERTIMENTO III.

300. Gli Aſtronomi, per avere una eſatta miſura del tempo, ſono ricorſi al ſeguente artifizio. Si hanno finto un altro Sole, che ſi vada movendo per l'equatore equabilmente, e con tale velocità coſtante, che dal momento della partenza dal punto equinoziale di primavera fino al momento del ritorno vi ſcorra l' iſteſſo tempo, che ſcorre da che v'appariſce partire il Sole vero, finchè v' appariſce, ritornare per effetto del ſuo inequabile moto annuo apparente per l'eclittica. Prendono di più per giorni da ſervire di miſura fondamentale del tempo gl' intervalli limitati dagli paſſaggi pel meridiano del detto Sole finto, come intervalli di tempo tutti uguali. E finalmente dividono sì fatti giorni in ore, e minuti, come

vanno diviſi i giorni ſolari inuguali, per avere in tutto l'anno ore, e minuti ſempre di coſtanti grandezze. Il come però vanno determinati tali giorni uguali, s' inſegnerà qui in ſeguito.

## COROLLARIO III.

301. Eſſendo equabile il moto ſuppoſto del Sole finto per l' equatore, e inequabile il moto apparente del Sole vero per l' eclittica; e compiendoſi la rivoluzione intera e dell' uno e dell' altro Sole nell'iſteſſo tempo: avrà ognuno de' detti giorni uguali, determinati dal Sole finto, una grandezza mezzana tra tutte le diverſe grandezze, che competono in tutto l'anno agli giorni ſolari diſuguali, determinati dal Sole vero. Onde nel corſo dell' anno il giorno ſolare, determinato dal Sole vero, deve eſſere ora maggiore di ciaſcuno de' detti giorni uguali, ora uguale, e ora minore. E di più quanti giorni diſuguali coll' aggiunta di ore, e minuti di eſſi compongono l'anno tropico medio, altrettanti de' detti giorni uguali coll' aggiunta dell' iſteſſo numero di ore, e minuti de' medeſimi giorni debbono comporlo. Pel la qual coſa l'anno tropico medio relativamente a cotali giorni uguali è pure di $365^{gi.}.\ 5^{or.}.\ 48^{1}.\ 45^{11}\ \frac{1}{2}$.

DE-

## DEFINIZIONE II.

302. Chiameremo in ſeguito *Sole medio* il Sole, che ſi finge equabilmente moſſo per l'equatore; *giorni veri*, o *giorni apparenti* i giorni determinati dal Sole vero; *giorni medii* i giorni determinati dal Sole medio; *mezzodì vero* il mezzodì determinato dal Sole vero; *mezzodì medio* il mezzodì determinato dal Sole medio; *ore vere*, e *minuti veri* le ore, e i minuti de giorni veri; *ore medie*, e *minuti medii* le ore, e i minuti de' giorni medii; *tempo vero*, o *tempo apparente* il tempo determinato relativamente a un giorno vero, o determinato co' giorni veri, con ore vere, e con minuti veri; *tempo medio* il tempo determinato relativamente a un giorno medio, o determinato co' giorni medii, con ore medie, e co' minuti medii; *aſcenſione retta media* l'aſcenſione retta del Sole medio; e finalmente *equazione del tempo* l'intervallo eſpreſſo in tempo medio tra 'l mezzodì vero, e 'l mezzodì medio.

## AVVERTIMENTO I.

303. Si noti che il giorno ſolare s'è chiamato giorno vero, perchè viene determinato dal Sole vero; e giorno apparente, perchè viene dal Sole vero determinato col ſuo moto diurno apparente.

## COROLLARIO I.

304. Supponendoſi il Sole medio moſſo equabilmente per l' equatore in modo, che dal momento della ſua partenza dal punto equinoziale di primavera fino al momento del ritorno vi ſcorra il tempo medio di $365^{gi.}.\ 5^{or.}.\ 48^{1}.\ 45^{11}\frac{1}{2}$; ſi deve ſupporre che il Sole medio in tale tempo ſcorre equabilmente la periferia dell'equatore, diminuita dell' archetto, che dinota la preceſſione annua degli equinozj in aſcenſione retta, il quale archetto ſi può ſenza errore ſenſibile prendere pure di $50^{11}\frac{1}{3}$; vale a dire che ſi deve ſupporre ſcorrere $360^{o} - 50^{11}\frac{1}{3}$. Onde in ogni giorno medio ſi deve ſupporre tale Sole medio ſcorrere un arco dell' equatore di $59^{1}.\ 8^{11}$.

## COROLLARIO II.

305. Eſſendo il moto del Sole medio per l' equatore in ogni giorno medio di $59^{1}.\ 8^{11}$; ſarà la lunghezza d'ogni giorno medio tanta, quanta ne biſogna, acciò ſcorra pel meridiano la periferia intera dell' equatore coll'arco di più di $59^{1}.\ 8^{11}$, ovvero $360^{o}.\ 59^{1}.\ 8^{11}$. E perciò ſe in ordine a $360^{o}.\ 59^{1}.\ 8^{11}$, a $360^{o}$, e a un giorno medio, o a $24^{or.}$ medie ſi trova il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà il tempo

po medio, in cui ſcorre pel meridiano la ſola periferia dell'equatore, o ſia il tempo medio, in cui ſi compie una rivoluzione diurna della ſfera mondana; e conſeguentemente dà in tempo medio la lunghezza del giorno ſidereo. Or tale quarto proporzionale, fatto il calcolo, ſi trova eſſere di $23^{or}.\ 56^{I}.\ 4^{II}$. Sicchè il giorno ſidereo in tempo medio è di $23^{or}.\ 56^{I}.\ 4^{II}$, e conſeguentemente minore d'un giorno medio coſtantemente di $3^{I}.\ 56^{II}$. Per la qual coſa le ſtelle accelerano in ogni giorno medio coſtantemente di $3^{I}.\ 56^{II}$; vale a dire che il giorno ſidereo è coſtantemente minore del giorno medio di $3^{I}.\ 56^{II}$ medii.

## COROLLARIO III.

306. Scorrendo pel meridiano in ogni giorno medio della periferia dell' equatore $360°.\ 59^{I}.\ 8^{II}$; ne ſcorrerà dell'iſteſſa periferia in un'ora media l'arco di $15°.\ 2^{I}\ 27^{II}$, in un minuto medio l' arco di $15^{I}.\ 2^{II}$, e in un minuto ſecondo medio l' arco di $15^{II}$.

## AVVERTIMENTO II.

307. Si determinano i tempi coll' ajuto degli orologj; e ſi determinano con eſattezza coll'ajuto di orologj eſatti, e ben regolati. L' eſattezza d'un orologio conſiſte nell' equa-

equabilità del ſuo moto; equabilità, che deriva dall' avere l' orologio tutt' i ſuoi pezzi lavorati a perfezione, con giuſta proporzione, e ben equilibrati. E' da ſapere intanto che un orologio di perfetta coſtruzione ſe s' oſſerva equabile nel ſuo moto, s' oſſerva da tempo in tempo variare il grado della ſua velocità, e ciò non per difetto di coſtruzione, ma per cagioni eſtranee. Si varia il grado di celerità d' un orologio talvolta per la variazione del caldo, o del freddo, o dell' umido, o del ſecco dell' aria; talvolta per qualche movimento eſtraneo; talvolta per qualche impercettibile granello di polvere intromeſſo in qualche ſito di eſſo; e talvolta per l' olio iſteſſo, che va poſto ne' fori, dove vanno inſeriti gli aſſi delle ruote, e che varia col tempo conſiſtenza. Quindi è che tutti gli orologj hanno biſogno d' eſſere da tempo in tempo rettificati ne' moti, ſebbene altri più ſpeſſo, e altri più di rado. Sarebbe perfettiſſimo un orologio ſe non ſolamente foſſe equabile nel ſuo moto, vale a dire di perfetta coſtruzione, ma ben anche tale da non ſregolare per le accennate cagioni. I piccioli orologj, per la picciolezza de' pezzi componenti, ſono ſenſibili ad ogni minima cagione ſregolante, e perciò facili a ſregolare; e tanto più facili, quanto più ſono piccioli. L' iſteſſo non è degli altri orologj, che, per la maggiore ſolidità de'

pez-

pezzi componenti, reſiſtono più alle dette cagioni sregolanti, e ſono conſeguentemente men pronti allo sregolamento. In fatti ſi ſono coſtrutti degli orologj a pendoli per uſi aſtronomici di tale perfezione, che appena in un anno hanno manifeſtato un leggiero sregolamento. Oggi ſe ne coſtruiſcono con tale artifizio, che ſe non vanno eſenti da ogni cagione ſregolante, vanno eſenti da più di eſſe, e ſono conſeguentemente men degli altri ſoggetti allo sregolamento. Del reſto per gli uſi aſtronomici è ſufficiente un orologio di perfetta coſtruzione; baſtando agli Aſtronomi, che ſiano equabili ne' moti, e che non s'alteri la velocità di eſſi negl' intervalli de' tempi, ne' quali occorre farne uſo.

## AVVERTIMENTO III.

308. Conſiſtendo l'eſattezza degli orologj nell'equabilità de' moti di eſſi: è facile a comprendere che gli orologj eſatti, che ſono i ſoli, de' quali ſi deve far uſo per la determinazione de' tempi, non ſi poſſono adattare al moto diurno del Sole vero, ma sì bene al moto diurno del Sole medio. Onde al moto diurno del Sole medio ſi debbono adattare tutti gli orologj, ſenza eſcluderne neppure quelli, che s'adoperano pel ſolo uſo della vita civile; e al medeſimo moto ſi debbono riadattare tutte le volte,

te, che s' offervano ſvariati per qualunque delle cagioni sregolanti. Quindi, per potere eſattamente determinare i tempi coll' ajuto d' un orologio, due condizioni ſi richieggono; 1. che l' orologio abbia un moto equabile; 2. che ſia adattato al moto del Sole medio. Prima d' ogni altra coſa noi inſegneremo qui in che modo ſi deve eſplorare, ſe un orologio ha sì, o no equabilità nel ſuo moto. Perciò ſoggiugniamo il ſeguente

## PROBL. XXXV.

309. *Inſegnare il modo di conoſcere ſe un orologio ha sì, o no equabilità nel ſuo moto.*

### SOLUZIONE.

1. Si dirigga in una ſera un picciolo cannocchiale, adattatovi prima nel fuoco delle lenti un ſottil filo, a qualſiſia ſtella; e ſi noti in tale ſera il tempo, che dimoſtra l' orologio da eſplorare, ſe è sì, o no equabile nel ſuo moto, qualora la ſtella appariſce nel detto filo.

2. Laſciato fiſſo il cannocchialetto nel ſito, in cui s' è fatta la detta determinazione, per 3, o 4 altre ſere ſuſſecutive ſi vadano notando ſimilmente i tempi, che dimoſtra l' iſteſſo orologio ne' momenti, ne' quali

la

la medeſima ſtella appariſce nel medeſimo filo.

Se i tempi notati ſi trovano procedere con uguali differenze, l'orologio è equabile nel ſuo moto, e conſeguentemente di perfetta coſtruzione; altrimenti è inequabile nel ſuo moto, e conſeguentemente difettoſo.

Ch'è ciò, che biſognava inſegnare.

## AVVERTIMENTO I.

310. Se ſi dà il caſo che in più ſere ſuſſecutive non ſi poſſa offervare la ſtella per cagione di nuvole, o d'altro impedimento, e ſi noteranno i tempi de' ſuoi paſſaggi pel filo del cannocchiale nelle ſere prima, quinta, ſeſta, ottava, e nona; allora della differenza de' tempi notati nella ſera prima, e quinta ſe ne deve prendere il quarto, e della differenza degli altri notati nella ſera ſeſta, e ottava ſe ne deve prendere la metà. Se il quarto della differenza de' tempi notati nella prima, e quinta ſera, la differenza de' notati nella ſera quinta, e ſeſta, la metà della differenza de' notati nella ſeſta, e ottava ſera, e la differenza de' notati nella ſera ottava, e nona ſi trovano uguali, l'orologio ha equabilità nel moto; altrimenti è difettoſo.

## AVVRTIMENTO II.

311. Si noti che, per giudicare dell'esattezza d'un orologio, non basta osservare che i pezzi di esso sieno ben lavorati; che non abbiano apparente sproporzione; e che non vi si discerna ineguaglianza nel suo moto coll'udito. Un sì fatto esame è sufficiente per dichiarare difettoso un orologio; ma per giudicarlo esatto è necessario ricorrere all'esame dell'equabilità del suo moto del modo già insegnato.

## AVVERTIMENTO III.

312. Esposto il modo di conoscere l'equabilità del moto d'un orologio, procediamo ora a vedere in che modo un orologio esatto si può adattare al moto del Sole medio. Perciò sia il

## PROBL. XXXVI.

313. *Insegnare il modo d'adattare un orologio esatto al moto diurno del Sole medio.*

### SOLUZIONE.

1. Si dirigga in una sera a qualsisia stella un cannocchialetto col filo adattato nel fuoco delle lenti; e si noti in tale sera il tempo, che

che dimoſtra l'orologio da adattare al moto del Sole medio nel momento, in cui la ſtella appariſce nel detto filo.

2. Laſciato fiſſo il cannocchialetto nel ſito, in cui s'è fatta la detta determinazione, nella ſera ſeguente ſi noti pure il tempo, che dimoſtra l'iſteſſo orologio nel momento, in cui la medeſima ſtella appariſce nel medeſimo filo.

Se tale tempo ſi trova minore di quello notato nella ſera antecedente di $3^{1}.56^{11}$, quant'è il giorno ſidereo minore del giorno medio, l'operazione è compita; perchè l'orologio ſi trova già adattato al moto del Sole medio. Se poi il detto tempo ſi trova minore del notato nella ſera precedente non di $3^{1}.56^{11}$, ma meno, o più di $3^{1}.56^{11}$; in tale caſo l'orologio va più, o meno celere di quanto biſogna per corriſpondere al moto del Sole medio. In sì fatto caſo.

3. Si ritardi, o s'acceleri alquanto il moto dell'orologio, con muovere la ruota del tempo, o con rendere più, o men lungo il pendolo, nel caſo che l'orologio è a pendolo; e ſi replichi di nuovo l'antecedente operazione coll'ajuto dell'iſteſſa ſtella, o di qualunque altra; e sì fatta operazione ſi continui, finchè ſi trova che il tempo, in cui appariſce una ſtella nel detto filo in una ſera manca da quello, in cui v'è apparſo nella ſera antecedente di $3^{1}.56^{11}$.

S'avrà allora adattato l'orologio al moto del Sole medio.

Ch'è ciò, che biſognava inſegnare.

## AVVERTIMENTO I.

314. Se, notato il tempo, che dimoſtra l' orologio nel momento, in cui la ſtella appariſce in una ſera nel detto filo, non ſi poteſſe notare quello, in cui la ſteſſa ſtella ritorna al medeſimo filo in una, o più delle ſere ſeguenti; ma ſi notaſſe il tempo, in cui vi appariſce dopo due, o dopo tre, o dopo quattro, ec. ſere: acciò l' orologio ſia adattato al moto del Sole medio, è neceſſario allora che il tempo ſecondo notato ſia minore del notato nella prima ſera del doppio, o del triplo, o del quadruplo, ec. di $3^{I}.56^{II}$.

## AVVERTIMENTO II.

315. Coll' adattare un orologio al moto del Sole medio, ſi viene a rendere l' orologio in iſtato da determinare i giorni medii; li quali giorni medii ſeguono ad eſſere determinati da sì fatto orologio, finchè conſerva l' iſteſſo grado di celerità; e ceſſano d' eſſer determinati, in che il ſuo grado di celerità viene alterato da qualcuna delle ſuddette cagioni sregolanti.

## AVVERTIMENTO III.

316. Si noti che gli Aſtronomi ogni volta, che debbono far uſo de' loro orologj, debbono eſplorare, ſe vanno adattati al moto del Sole medio sì, o no; e nel caſo che non vanno adattati, conviene adattarli. Però non ſempre rieſce loro di rendere gli orologj eſattamente corriſpondenti al detto moto. Si ſupponga che un Aſtronomo, che cerca di regolare il ſuo orologio, noti in una ſera, quando una ſtella paſſa pel filo del cannocchiale, il tempo, che dà l'orologio; e che nella ſera ſeguente, in paſſare la ſteſſa ſtella pel medeſimo filo, noti un tempo minore non di $3^{1}.56^{11}$, ma di $3^{1}.50^{11}$, ovvero di $4^{1}.2^{11}$. Nel primo caſo l'orologio accelera di $6^{11}$, e nel ſecondo caſo ritarda pure di $6^{11}$ in un giorno. Per l'Aſtronomo è baſtante il conoſcere l'accelerazione, o il ritardo dell'orologio, ſenza biſogno d'ulteriore operazione. Perchè ſapendo l'Aſtronomo che l'orologio accelera, o ritarda di $6^{11}$ in un giorno, ſa che il giorno determinato dall'orologio è minore, o maggiore del giorno medio di $6^{11}$; e tanto baſta per poterſi ſervire di tale orologio, ſenza timore d'errare nella determinazione de' tempi col ſuo ajuto. Intanto veggiamo in che modo con un orologio a pendolo, adattato al moto del Sole medio, sì può

conoſcere ſe qualſiſia giorno vero dell' anno è maggiore, uguale, o minore del giorno medio, e determinarne in tempo medio, ſe è maggiore, o minore, la differenza. Perciò ſia il

## PROBL. XXXVII.

317. *Inſegnare in che modo con un orologio a pendolo, adattato al moto del Sole medio, ſi può conoſcere ſe qualſiſia giorno vero dell' anno è maggiore, uguale, o minore del giorno medio, e ſi può determinarne in tempo medio, qualora è maggiore, o minore, la differenza.*

### SOLUZIONE.

Sia un giorno vero qualunque, ch' io per chiarezza chiamo A.

1. Si determini relativamente all' orologio a pendolo, adattato al moto del Sole medio, il mezzodì vero, da cui incomincia il giorno A; e ſia il tempo, che dinota l'orologio in tale momento per eſempio $0^{or}. 1^{I}. 42^{II}$.

2. Si determini relativamente all' iſteſſo orologio il mezzodì vero, in cui finiſce il medeſimo giorno A; e ſi noti il tempo, che dimoſtra l' orologio in tale altro momento.

Se

Se tale tempo ſecondo notato è pure $0^{or.}. 1^{I}. 42^{II}$; è chiaro eſſere il giorno vero A uguale al giorno medio: ſe poi è maggiore di $0^{or.}. 1^{I}. 42^{II}$, il giorno vero A è allora maggiore del giorno medio; e l'eccesſo di tale tempo ſul tempo $1^{I}. 42^{II}$ dà in tempo medio la differenza, colla quale il giorno vero A eccede il giorno medio: ſe finalmente è minore di $0^{o}. 1^{I}. 42^{II}$; il giorno vero A in tale altro caſo è minore del giorno medio; e la mancanza di tale tempo dal tempo $1^{I}. 42^{II}$ dà in tempo medio la differenza, per la quale il giorno vero A manca dal giorno medio.

Ch' è ciò, che biſognava inſegnare.

## AVVERTIMENTO I.

318. Se tali determinazioni ſi vanno facendo relativamente a tutt'i giorni dell'anno, ſi trovano i giorni veri uguagliare il giorno medio ſolamente nel 10 di Febraro, nel 15 di Maggio, nel 26 di Luglio, e nel 2 di Novembre; e ſi trovano i giorni veri non mai eccedere il giorno medio di più di $30^{II}$, il che accade dal 17 di Dicembre fino al 27 incluſivamente; nè mai mancare dal giorno medio di più di $21^{II}$, il che accade dall' 10 fino al 22 di Settembre incluſſivamente.

## AVVERTIMENTO II.

319. Se in eſeguire le dette determinazioni ſi fa uſo d' un orologio a pendolo, che ſi ſia conoſciuto accelerare, o ritardare in un giorno di $6^{II}$ per eſempio; ſi deve allora tener conto di tale accelerazione, o ritardo dell'orologio a queſto modo. Si ſupponga che l'orologio acceleri in un giorno di $6^{II}$, e che relativamente a tale orologio ſi ſia determinato il mezzodì vero, da cui incomincia il giorno 21 di Gennaro, quando l'orologio ha dato $7^{I}.29^{II}$, e 'l mezzodì vero, in cui termina l'iſteſſo giorno, quando l'orologio ha dato $7^{I}.51^{II}$. Si debbono prima dal tempo $7^{I}.51^{II}$ ſottrarre $6^{II}$, per l'accelerazione dell'orologio, acciò il reſiduo $7^{I}.45^{II}$ dia il tempo, che darebbe l'orologio, ſe non aveſſe accelerazione. E perchè il tempo $7^{I}.45^{II}$ eccede il tempo $7^{I}.29^{II}$ di $16^{II}$; perciò il giorno vero 21 di Gennaro è maggiore del giorno medio, e l'eccesſo in tempo medio è di $16^{II}$. Si ſupponga poi che l'orologio ritardi in un giorno di $4^{II}$, e che relativamente a tale orologio ſi ſia determinato il mezzodì vero, da cui incomincia il giorno 25 di Marzo, quando l'orologio ha dato $0^{or}.2^{I}.1^{II}$, e 'l mezzodì vero, in cui termina l'iſteſſo giorno, quando l'orologio ha dato $0^{or}.1^{I}.38^{II}$. Si debbono prima al tempo $1^{I}.38^{II}$ aggiu-

giugnere $4^{II}$ pel ritardo dell'orologio, acciò la ſomma $1^{I}.42^{II}$ dia il tempo, che darebbe l'orologio, ſe non ritardaſſe. E perchè il tempo $1^{I}.42^{II}$ manca dal tempo $2^{I}.1^{II}$ di $19^{II}$; perciò il giorno vero 25 di Marzo è minore del giorno medio, e 'l difetto è in tempo medio di $19^{II}$.

## AVVERTIMENTO III.

320. Fin qui s' è inſegnato il modo d' adattare un orologio a pendolo al moto del Sole medio, acciò ogni rivoluzione intera dell'indice delle ore determini un giorno medio. Procediamo ora ad inſegnare in che modo coll' ajuto d' un orologio, adattato al detto moto, ſi deve determinare il mezzodì medio. Perciò ſoggiugniamo il ſeguente

## PROBL. XXXVIII.

321. *Inſegnare il modo di determinare in tempo medio relativamente al mezzodì vero di qualunque dato giorno dell'anno, e di qualſiſia dato luogo della terra l'equazione del tempo.*

### SOLUZIONE.

Contraſſegnino AQ l'equatore, AE l'eclittica, A il punto equinoziale di primavera, P il polo ſettentrionale, S il luogo del Fig. 27

Sole vero nel momento del mezzodì vero del dato giorno dell' anno , e del dato luogo della terra , B il luogo del Sole medio nel medeſimo momento , e PH il meridiano del medeſimo luogo della terra . Saranno AH l' aſcenſione retta del Sole vero nel detto momento , e AB l' aſcenſione retta media , o ſia l'aſcenſione retta del Sole medio nel medeſimo momento . Eſſendo il Sole medio nel momento del mezzodì vero in B , nel momento del mezzodì medio deve eſſere in altro punto dell' equatore più diſtante da H del punto B . Sia C sì fatto punto . E' chiaro che relativamente al dato luogo , e al dato giorno il mezzodì medio di tanto tempo medio deve anticipare , o poſticipare il mezzodì vero , quanto tempo medio biſogna , acciò ſcorra pel meridiano PH l'arco HC dell'equatore ; ed è chiaro altresì che il Sole medio ſi muove per BC nel medeſimo tempo , che ſcorre pel meridiano PH l' iſteſſo arco HC . Ma il Sole medio ſi muove nell' equatore per l' arco di $59^{1}.8^{11}$ nel medeſimo tempo , che ſcorrono pel meridiano dell'equatore $360^{o}.59^{1}.8^{11}$. Dunque

$$360^{o}.59^{1}.8^{11} : 59^{1}.8^{11} = HC : BC .$$

E perciò

$$360^{\circ} : 360^{\circ} . 59^{\prime} . 8^{\prime\prime} = HB : HC,$$

e

$$360^{\circ} : HB = 360^{\circ} . 59^{\prime} . 8^{\prime\prime} : HC.$$

Ma $360^{\circ} . 59^{\prime} . 8^{\prime\prime} : HC$, come $24^{or.}$ medie al tempo medio, in cui ſcorre pel meridiano l'arco HC, o ſia l'equazione del tempo cercata. Sicchè, poſta tale equazione cercata $= x$, ſarà

$$360^{\circ} : HB = 24^{or.} : x,$$

ovvero

$$15^{\circ} : HB = 1^{or.} : x.$$

Per la qual coſa ſe l'arco HB, differenza dell'aſcenſione retta, che compete al Sole vero nel momento del mezzodì vero, e l'aſcenſione retta media, che compete al Sole medio nel medeſimo momento, ſi converte in tempo nella ragione di gr. 15 a ora; tale tempo dà l'equazione del tempo cercata in tempo medio.

Ch'è ciò, che biſognava inſegnare.

## AVVERTIMENTO I.

322. La ſoluzione dell' eſpoſto probl. fa chiaramente conoſcere d' eſſerſi ingannato il famoſo Signor de la Caille nelle ſue Tavole del Sole, e con lui il P. Hell nelle ſue Efemeridi, e il P. Pilgram in quelle del 1770, con ridurre la detta differenza d'aſcenſioni rette, per avere in tempo medio l'equazione del tempo, in ragione non di gr. 15 a ora, ma di gr. 15. 2'. 28'' a ora; e fa altresì conoſcere che il Signor de la Lande, ſe non ſi è in ciò ingannato, non ha preſa la giuſta via per manifeſtarne l'errore.

## AVVERTIMENTO II.

323. Prima di procedere oltre ſta bene di ſapere 1° che gli Aſtronomi s'immaginano un altro Sole, che ſi vada equabilmente movendo per l' eclittica con tale velocità coſtante, e mezzana tra la maſſima, e minima, che appariſce avere il Sole vero per l' iſteſſa eclittica, che dal momento della ſua partenza dal punto, in cui il Sole vero appariſce avere la minima, o la maſſima velocità, fino al momento del ritorno vi ſcorra l' iſteſſo tempo, che vi ſcorre dal momento, in cui appariſce partirne il Sole vero, fino al momento, in cui v'appariſce ritornato; 2° che chiamano le longitudini

di

di tale Sole immaginario *longitudini mediæ*, e del Sole vero *longitudini veræ*; e 3° finalmente che ſuppongono partire dal punto equinoziale di primavera nel medeſimo momento i due Soli immaginarj, cioè quello, che equabilmente ſi ſuppone moſſo per l' equatore, e l' altro, che ſi ſuppone coll'iſteſſa equabilità di moto moſſo per l'eclittica.

## COROLLARIO I.

324. Quindi nel momento della partenza de' due detti Soli immaginarj dal punto equinoziale di primavera è nulla sì l' aſcenſione retta media dell' uno, che la longitudine media dell' altro; ed in ogni altro tempo è ſempre l' aſcenſione retta media del primo uguale alla longitudine media dell' altro.

## COROLLARIO II.

325. E perciò ſi determina pure in tempo medio relativamente al mezzodì vero di qualunque giorno dell'anno, e di qualſiſia luogo terreſtre l' equazione del tempo, con determinare relativamente a tale tempo e l'aſcenſione retta vera del Sole, e la longitudine media, e con ridurre in tempo la differenza di tale aſcenſione retta, e di tale longitudine media in ragione di gr. 15 a ora.

AV-

## AVVERTIMENTO III.

326. A ſuo luogo s' inſegnerà in che modo ſi determinano la longitudine vera del Sole, e la longitudine media relativamente a qualunque dato tempo vero. S' è già inſegnato in che modo, data la longitudine vera del Sole, ſi determina l' aſcenſione retta vera corriſpondente ( § 215 ). Dunque ſi poſſono determinare relativamente al mezzodì vero di qualunque giorno dell'anno, e di qualſiſia luogo terreſtre e la longitudine media del Sole, e l' aſcenſione retta vera; e conſeguentemente ſi può determinare in tempo medio l' equazione del tempo, che ſi ha con ridurre in tempo nella ragione di gr. 15 a ora la diffenza dell' aſcenſione retta vera del Sole, e della ſua longitudine media.

## AVVERTIMENTO IV.

327. Se in tal modo ſi calcolano tutte l'equazioni del tempo, corriſpondenti agli mezzidì veri di tutt' i giorni dell' anno relativamente al meridiano per eſempio di Napoli; e tali equazioni ſi regiſtrano in una tavola, con notarvi in corriſpondenza i giorni dell' anno, a' quali appartengono; ſi ha in sì fatto modo una tavola, detta *Tavola dell' equazioni del tempo pel meridiano di Na-*

*Napoli*, e tavola da farne uſo per molti anni; eſigendo in ſeguito certa leggiera correzione, della quale ſi parlerà a ſuo luogo.

## AVVERTIMENTO V.

328. Nel calcolare la detta Tavola ſi conoſce in quali giorni dell' anno il mezzodì medio ſi confonde col mezzodì vero, in quali anticipa, e in quali poſticipa. Poichè, dinotando l' aſcenſione retta maggiore diſtanza maggiore verſo l' oriente, e l' aſcenſione retta minore diſtanza minore; il mezzodì medio ſi confonde col mezzodì vero in que' giorni, ne' quali l' aſcenſione retta vera del Sole ſi trova uguagliare l' aſcenſione retta media, e conſeguentemente la longitudine media; ed il mezzodì medio anticipa il mezzodì vero, o poſticipa in que' giorni, ne' quali l' aſcenſione retta vera del Sole ſi trova maggiore, o minore della ſua longitudine media. Si conoſce poi coll' ajuto della Tavola in quali giorni il mezzodì medio ſi confonde col mezzodì vero per mezzo dell' equazioni, che, eſſendo allora nulle, vanno ſegnate col zero. E ſi conoſce altresì coll' ajuto dell' iſteſſa tavola in quali giorni il mezzodì vero anticipa, o poſticipa il mezzodì medio dalla lettera A, o P premeſſa all' equazioni; contraſſegnandoſi nella Tavola l' equazioni dinotanti anticipazioni del mezzodì vero relativamente al mezzodì me-

medio colla lettera A, e l'equazioni dinotanti posticipazioni colla lettera P. Tal che trovandosi nella Tavola l'equazione del tempo pel mezzodì del primo di Gennaro essere P . . . . $3^{1}$ . $58^{11}$, ciò dinota che nel primo di Gennaro il mezzodì vero posticipa il mezzodì medio di $3^{1}$ . $58^{11}$; e conseguentemente dinota che si ha il mezzodì medio nel detto giorno con togliere $3^{1}$ . $58^{11}$ dal tempo, col quale un' orologio, accomodato al moto medio del Sole, dà in sì fatto giorno il mezzodì vero.

## AVVERTIMENTO VI.

329. Per insegnare il come vanno regolati gli orologj e per gli usi astronomici, e per gli usi della vita civile, abbiamo stimato inserire qui la tavola dell' equazioni del tempo per tutt' i giorni dell' anno, e degli eccessi, e difetti de' giorni veri relativamente al giorno medio, calcolata pel 1784 relativamente al meridiano di Parigi. Da tale tavola intanto può ognuno agevolmente rilevarne le seguenti conseguenze.

1. Che il mezzodì medio si confonde col mezzodì vero quattro volte l'anno, nel 15 d'Aprile, nel 15 di Giugno, nel 30 d'Agosto, e nel 23 di Dicembre, trovandosi in tali giorni nulle l' equazioni del tempo.

2. Che il mezzodì vero posticipa il mezzodì medio dal 23 di Dicembre fino al

15

V

relaentendio,
zzoco re
al 1, e

| ug | ibre | | Dicembre | |
|---|---|---|---|---|
| z. | F | Eccef. o Difet. | Equaz. del temp. | Eccef. o Difet. |
| | | D | A | E |
| ″ | 3′ | 1″ | 10′. 17″ | 23″ |
| | 3 | 0 | 9 . 54 | 23 |
| | 3 | E 1 | 9 . 30 | 24 |
| | 3 | 2 | 9 . 5 | 25 |
| | 4 | 2 | 8 . 39 | 26 |
| | 4 | 3 | 8 . 13 | 26 |
| | 4 | 4 | 7 . 47 | 26 |
| | 4 | 5 | 7 . 20 | 27 |
| | 4 | 6 | 6 . 53 | 27 |
| | 4 | 7 | 6 . 25 | 28 |
| | 5 | 7 | 5 . 57 | 28 |
| | 5 | 8 | 5 . 29 | 28 |
| | 5 | 9 | 4 . 0 | 29 |
| 3 | 5 | 10 | 4 . 31 | 29 |
| 3 | 5 | | | |
| 3 | | | | |
| 3 | | | | |
| 1 | | | | |

15 d'Aprile, e dal 15 di Giugno fino al 30 d'Agoſto; e anticipa dal 15 d'Aprile fino al 15 di Giugno, e dal 30 d'Agoſto fino al 23 di Dicembre.

3. Che il giorno vero uguaglia il giorno medio pure quattro volte l'anno, nel 10 di Febraro, nel 15 di Maggio, nel 26 di Luglio, e nel 2 di Novembre; eſſendo tali giorni quelli, ne' quali i giorni veri paſſano dal creſcere al decreſcere per riſpetto del giorno medio, e all'oppoſto.

4. Che il giorno vero è maggiore del medio dal 2 di Novembre fino al 10 di Febraro, e dal 15 di Maggio fino al 26 di Luglio; ed è minore dal 10 di Febraro fino al 15 di Maggio, e dal 26 di Luglio fino al 2 di Novembre.

5. Che l'equazione del tempo procede prima creſcendo per certo intervallo, e poſcia diminuendoſi quattro volte anche nell'anno, una volta dal 23 di Dicembre fino al 15 d'Aprile, un' altra volta dal 15 d'Aprile fino al 15 di Giugno, un' altra volta dal 15 di Giugno fino al 30 d'Agoſto, e un' altra volta dal 30 d'Agoſto fino al 23 di Dicembre; ed in sì fatti quattro periodi è maſſima nel 10 di Febraro, nel 15 di Maggio, nel 26 di Luglio, e nel 2 di Novembre; vale a dire nelle quattro volte, quando il giorno vero uguaglia il medio.

6. Finalmente che l'eccesso del giorno vero

vero ſul medio ſi va avanzando dal 2 di Novembre fino al 23 di Dicembre, in cui è maſſimo, e diminuendo dal 23 di Dicembre fino al 10 di Febraro, in cui ſi fa nullo; come altresì ſi va avanzando dal 15 di Maggio fino al 15 di Giugno, e diminuendo dal 15 di Giugno fino al 26 di Luglio, in cui ſi fa pure nullo; e che il difetto del giorno vero relativamente al medio ſi va avanzando dal 10 di Febraro fino al 15 d'Aprile, in cui è maſſimo, e diminuendo dal 15 d'Aprile fino al 15 di Maggio, in cui ſi fa anche nullo; come altresì ſi va avanzando dal 26 di Luglio fino al 30 di Settembre, in cui è maſſimo, e diminuendo dal 30 di Settembre fino al 2 di Novembre, in cui pure ſi fa nullo.

## AVVERTIMENTO VII.

330. Si noti finalmente che in più tavole aſtronomiche ſe ne trovano due per l'equazioni del tempo; in una ſi trova determinata una parte di ciaſcuna equazione, che riſulta dal ridurre in tempo medio alla ragione di gr. 15 a ora la differenza delle longitudini vera, e media del Sole, e nell' altra la parte rimanente, che riſulta dal ridurre in tempo medio alla medeſima ragione la differenza della longitudine vera, e dell' aſcenſione retta vera dell' iſteſſo Sole. Ma de' modi di coſtruire, e di far uſo di

sì fatte tavole ſe ne tratterà a luogo opportuno. Premeſſe intanto tali coſe, procediamo ora agli uſi dell' addottta tavola. Perciò ſoggiugniamo i ſeguenti problemi.

## PROBL. XXXIX.

331. *Inſegnare il modo d' adattare un orologio a pendolo al moto diurno del Sole medio coll' ajuto della tavola dell'equazioni del tempo.*

### SOLUZIONE.

1. Si determini relativamente all' orologio da adattare al moto diurno del Sole me io il mezzodì vero in un giorno; e ſia il tempo, che dinota l'orologio in tale momento $0^{or}. 3^{1}. 43^{11}$.

2. S'oſſervi nella tavola di quanto s'accreſce, o diminuiſce il giorno vero relativamente al medio da sì fatto mezzodì fino al mezzodì ſeguente; e, ſuppoſto che s' accreſca, o diminuiſca di $19^{11}$, di $19^{11}$ s' accreſca, o diminuiſca il tempo $0^{or}. 3^{1}. 43^{11}$; darà $0^{or}. 4^{1}. 2^{11}$, o $0^{or}. 3^{1}. 24^{11}$ il tempo da dinotare nel mezzodì ſeguente l' orologio, ſe ſi trova adattato al detto moto.

3. Si determini relativamente all' iſteſſo orologio il mezzodì vero del giorno ſeguente. Se il tempo, che dimoſtra l' orologio in tale momento, è il tempo già determina-

nato, l'orologio è già adattato al moto del Sole medio; ma ſe è maggiore, o minore del tempo determinato, è ſegno allora che l'orologio accelera, o ritarda per riſpetto del Sole medio. In tale caſo

4. Si ritardi, o ſi acceleri ſecondo ſopra s'è detto l'orologio; e ſi ripeta ne' giorni ſeguenti la medeſima operazione; e tante volte ſi vada ripetendo, finchè s'oſſerva che l'orologio non accelera, nè ritarda per riſpetto del moto del Sole medio.

S'avrà in tal modo eſeguita l'operazione propoſta di fare.

Ch'è ciò, che biſognava inſegnare.

## AVVERTIMENTO I.

332. Se, notato il tempo, che dimoſtra l'orologio nel momento del mezzodì vero d'un giorno, non ſi poteſſe notare quello del mezzodì vero ſeguente, ma ſi notaſſe il tempo del mezzodì vero, che ſegue dopo due, o tre, o quattro, ec. giorni: acciò l'orologio ſia adattato al moto del Sole medio, è neceſſario allora che il tempo ſecondo notato uguagli il primo notato, aggiuntavi, o toltane la ſomma degli eccefſi, o difetti, che ſi trovano notati nella tavola in corriſpondenza de' giorni ſcorſi tra le due determinazioni.

AV-

## AVVERTIMENTO II.

333. Si noti che gli Aſtronomi non ſempre hanno l'agio di poter ridurre l'orologio eſattamente corriſpondente al moto del Sole medio; baſta ad eſſi che conoſcano di quanto relativamente a tale moto l'orologio in un giorno accelera, o ritarda, per tenerne conto.

## PROBL. XL.

334. *Determinare relativamente a un orologio adattato al moto del Sole medio il mezzodì medio.*

### SOLUZIONE.

1. Si determini relativamente a tale orologio il mezzodì vero; e ſi noti il tempo, che dimoſtra in tale momento l'orologio.

2. Si ſottragga da tale tempo, o ſi aggiunga ad eſſo l'equazione del tempo, che ſi trova nella tavola dell'equazioni corriſpondere a tale giorno, ſecondochè sì fatta equazione ſi trova notata colla P, o colla A nell'iſteſſa tavola.

La differenza, o la ſomma darà il tempo cercato relativamente a tale orologio del mezzodì medio.

Ch'è ciò, che biſognava determinare.

## ESEMPIO I.

*Sia determinato il mezzodì vero nel 26 di Febraro relativamente a un orologio adattato al moto del Sole medio, e ſia il tempo dinotato in tale momento dall'orologio* $0^{or.}.\ 3^{I}.\ 29^{II}$.

Eſſendo pel 26 di Febraro l' equazione del tempo P - - - - $13^{II}.\ 17^{III}$; ſottraendo $13^{I}.\ 17^{II}$ da $0^{or.}.\ 3^{I}.\ 29^{II}$, o ſia da $24^{or.}.\ 3^{I}.\ 29^{II}$, il reſiduo $23^{or.}.\ 50^{I}.\ 12^{II}$ dà relativamente all' iſteſſo orologio il mezzodì medio; vale a dire che il mezzodì medio è accaduto nel momento, in cui tale orologio dinotava $23^{or.}.\ 50^{I}.\ 12^{II}$.

## ESEMPIO II.

*Sia determinato il mezzodì vero nel 25 di Settembre relativamente a un orologio adattato al moto del Sole medio, e ſia il tempo dinotato in tale momento dall' orologio* $23^{or.}.\ 58^{I}\ 40^{II}$.

Eſſendo pel 25 di Settembre l' equazione del tempo A - - - - $8^{I}.\ 39^{II}$; aggiugnendo $8^{I}.\ 39^{II}$ a $23^{or.}.\ 58^{I}.\ 40^{II}$, la ſomma $24^{or.}.\ 7^{I}.\ 19^{II}$ dà relativamente all' iſteſſo orologio il mezzodì medio; vale a dire che il mezzodì medio è accaduto nel momento, in cui tale orologio dinotava $7^{I}.\ 19^{II}$.

## AVVERTIMENTO I.

335. Si noti che se l'orologio non si trova esattamente adattto al moto del Sole medio, ma si trova che accelera, o ritarda di più secondi in un giorno; di tale accelerazione, o ritardo non se ne deve tener conto alcuno nella determinazione del mezzodì medio relativamente a sì fatto orologio; ed eccone la ragione. Si mettano l'accelerazione, o ritardo giornaliero dell'orologio $= a$, l'equazione del tempo $= e$, l'accrescimento, o diminuzione, che per l'accelerazione, o ritardo dell'orologio deve soffrire la detta equazione $= x$. S'avrà la seguente proporzione $24^{or.} : a = e : x$. Ma l'equazione del tempo $e$, nel caso ch'è massima, è circa $\frac{1}{4}$ d'ora, come costa dalla tavola dell'equazioni del tempo, e conseguentemente è circa $\frac{1}{96}$ di $24^{or.}$. Dunque nel medesimo caso deve essere $x$ circa $\frac{1}{96}$ dell'accelerazione, o ritardo giornaliero $a$ dell'orologio. E perciò nel caso dell'equazione massima, per essere x di $1^{11}$, deve essere l'accelerazione, o ritardo giornaliero dell'orologio di circa $96^{11}$, o sia di $1^{1}.36^{11}$, e molto più, quando l'equazione del tempo non è la massima. Or l'accelerazione, o ritardo giornaliero d'un orologio non è, se non di pochi secondi: Sicchè l'accelerazione, o ritardo giornaliero d'un orologio non può alterare sensibilmente

te l'equazione del tempo, anche nel caſo che ſia la maſſima, e conſeguentemente non può alterare la determinazione del mezzodì medio.

## AVVERTIMENTO II.

336. E'vero che, ſe un orologio accelera, o ritarda di $6^{11}$ per eſempio a giorno, tale accelerazione, o ritardo non altera la determinazione del mezzodì medio; altera però i tempi, co'quali l'iſteſſo orologio deve andar dinotando i ritorni del mezzodì medio ne'giorni ſeguenti: poichè deve tale orologio dinotare il primo ritorno del mezzodì medio con $6^{11}$ di più, o di meno, il ritorno ſecondo con $12^{11}$ pure di più, o di meno, il terzo ritorno con $18^{11}$ anche di più, o di meno, e così procedendo innanzi.

## AVVERTIMENTO III.

337. Determinato intanto il mezzodì medio relativamente a un orologio, è facile coll'ajuto di tale orologio determinare il tempo medio, in cui s'oſſerva qualunque fenomeno celeſte. Sia il mezzodì medio in un giorno, quando un orologio dinota $23^{or.}.59^{1}.48^{11}$, e ſieſi nell'iſteſſo giorno oſſervato un fenomeno celeſte, quando l'iſteſo orologio dinotava $7^{or.}.15^{1}.22^{11}$. Se l'orologio è eſattamente concorde col mo-

to

to del Sole medio, ſottraendo il tempo $23^{or.}.\ 59^{1}.\ 48^{11}$ da $7^{or.}.\ 15^{1}.\ 22^{11}$, o ſia da tale tempo accreſciuto di $24^{or.}$, cioè a dire da $31^{or.}.\ 15^{1}.\ 22^{11}$, ſi ha col reſiduo $7^{or.}.\ 15^{1}.\ 34^{11}$ il tempo medio, in cui s'è il fenomeno oſſervato. Se poi l'orologio accelera, o ritarda di $6^{11}$ per eſempio a giorno. In tale caſo dopo avere dell' iſteſſo modo determinato il tempo di $7^{or.}.\ 15^{1}.\ 34^{1}$, ſi deve tale tempo correggere dell'accelerazione, o ritardo, che intanto ha cagionata l'accelerazione, o ritardo giornaliero dell' orologio. E perchè in tale intervallo di tempo l' orologio ha dovuto dinotare di più, o di meno $2^{11}$; perciò il tempo medio, in cui s'è il fenomeno oſſervato deve eſſere non $7^{or.}.\ 15^{1}.\ 34^{11}$, ma nel caſo che l' orologio accelera $7^{or.}.\ 15^{1}.\ 32^{11}$, e nel caſo che ritarda $7^{or.}.\ 15^{1}.\ 36^{11}$.

## AVVERTIMENTO IV.

338. Si noti di vantaggio che quando un' Aſtronomo deve per molti giorni far uſo d' un orologio, relativamente a cui avrà determinato il mezzodì medio, deve da tempo in tempo determinare il mezzodì vero relativamente all' iſteſſo orologio, e rilevarne il mezzodì medio, per conoſcere ſe corriſponde sì, o no all' iſteſſa ora di prima, o all' ora, alla quale deve corriſpondere a tenore dell'accelerazione, o ritardo giornalie-

ro, che avrà l'orologio. Perchè, ſe non corriſponde, è indizio allora d'eſſerſi l'orologio ſregolato; e ſi deve di nuovo regolare, ſecondo s'è già inſegnato.

## AVVERTIMENTO V.

339. Si noti finalmente che coll' ajuto di un' orologio, relativamente a cui s'è determinato il mezzodì medio, ſi può anche determinare il tempo vero corriſpondente a qualſivoglia tempo, che dinota tale orologio. Sia per eſempio nel 4 di Marzo determinato il mezzodì medio relativamente a un orologio, e ſia il momento, in cui tale orologio dinota $23^{or.}. 43^{I}. 18^{II}$. Se ſi vuole ſapere il tempo vero corriſpondente a quello dinotato da tale orologio con $9^{or.}. 24^{I}. 9^{II}$, ſuppoſto anche che l'orologio acceleri di $8^{II}$ a giorno, ſi deve procedere in queſto modo. 1. Si cerchi pel 4 di Marzo l'equazione del tempo nella Tavola, e trovandoſi P - - - $11^{I}. 51^{II}$, e contraſſegnata da P, s'aggiunga al mezzodì medio, o ſia al tempo $23^{or.}. 43^{I}. 18^{II}$; la ſomma $23^{or.}. 55^{I}. 9^{II}$ darà pel medeſimo giorno relativamente all' iſteſſo orologio il mezzodì vero. 2. Si ſottragga il tempo $23^{or.}. 55^{I}. 9^{II}$ dal tempo $9^{or.}. 24^{I}. 9^{II}$, o ſia dall' iſteſſo tempo accreſciuto di $24^{or.}$, cioè da $33^{or.}. 24^{I}. 9^{II}$; il reſiduo $9^{or.}. 29^{I}$ darà il tempo computato dal mezzodì vero fino

al

al momento notato dall' orologio con $9^{or.}$. $24^{1}$. $9^{11}$; però tale tempo medio si deve correggere dell'accelerazione dell'orologio, la quale in $9^{or.}$. $29^{1}$ ha dovuto produrre un avanzo di $3^{11}$. Sicchè il detto tempo medio corretto è di $9^{or.}$. $26^{11}$. $3^{0}$. Finalmente si cerchi nella tavola in corrispondenza del 4 di Marzo il difetto del giorno vero dal medio, ch' è di $14^{11}$; sarà il giorno vero del 4 di Marzo in tempo medio di $23^{or.}$. $59^{1}$. $46^{11}$. E perciò se si fa come sta il giorno vero del 4 di Marzo in tempo medio all' istesso giorno in tempo vero, o sia $23^{or.}$. $59^{1}$. $46^{11}$: $24^{or.}$; così il tempo medio $9^{or.}$. $26^{1}$ al suo corrispondente tempo vero; s'avrà tale tempo vero cercato, fatto il calcolo, di $9^{or.}$. $26^{1}$. $55^{11}$.

## PROBL. XLI.

340. *Insegnare il modo di ridurre coll'ajuto dell' addotta tavola per un giorno assegnato dell' anno in tempo vero un intervallo determinato in tempo sidereo.*

### SOLUZIONE.

Sia il tempo sidero da ridurre = T.

Si cerchi nella Tavola dell' equazioni de tempo per l' assegnato giorno di quanto i giorno vero eccede, o manca dal giorn medio. Suppostо che l' ecceda di $24^{11}$; sar

tal giorno vero espresso in tempo medio di $24^{or.}.\ 00^{l}.\ 24^{ll}$, o sia di $86424^{ll}$. E' anche un giorno sidereo espresso in tempo medio di $23^{or.}.\ 56^{l}.\ 4^{ll}$, o sia di $86164$. Sicchè il giorno vero assegnato è al giorno sidereo nella ragione di $86424 : 86164$. Nell'istessa ragione è pure un minuto secondo di tale giorno vero a un minuto secondo del giorno sidereo; perchè in quanti secondi si divide ogni giorno vero, in altrettanti secondi si divide anche il giorno sidereo.

Si mettano in oltre la grandezza d' un secondo del giorno vero $= G$, la grandezza d' un secondo del giorno sidereo $= g$, il numero de' secondi della grandezza G, che uguagliano il tempo sidereo $T=N$, e'l numero de'secondi della grandezza g, componenti l'istesso tempo $T = n$; s'avranno

$$G \times N = T$$
$$g \times n = T.$$

Dunque

$$G \times N = g \times n$$

Onde

$$G : g = n : N.$$

E perciò la grandezza del giorno vero sta a quel-

a quella del giorno ſidereo, come il tempo ſidereo da ridurre al tempo vero cercato. Per la qual coſa ſe coll' ajuto della tavola dell' equazioni del tempo ſi determina prima per l' aſſegnato giorno dell' anno la ragione del giorno vero al giorno ſidereo; e poſcia ſi cerca in ordine alla grandezza del giorno vero, alla grandezza del giorno ſidereo, e al tempo ſidereo da ridurre il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà il tempo vero cercato.

Ch'è ciò, che biſognava inſegnare.

## ESEMPIO.

*Sieſi col calcolo determinato che la ſtella chiamata la* Lira, *nel* 20 *di Marzo deve paſſare pel meridiano dopo il mezzodì vero di tale giorno in tempo ſidereo di* $9^{or.}.\ 53^{I}.\ 18^{II}$; *ſi vuol ſapere il tempo vero di tale paſſaggio.*

Nel 20 di Marzo il giorno vero è di $18^{II}$ meno del giorno medio. Sicchè il giorno vero è al giorno ſidereo, come $23^{or.}.\ 59^{I}:\ 42^{II}:\ 23^{or.}.\ 56^{I}.\ 4^{II}$, o come 86382: a 86184. Si cerchi dunque in ordine a 86382, a 86184, e a $9^{or.}.\ 53^{I}.\ 18^{II}$ il quarto proporzionale; il quarto proporzionale $9^{or.}.\ 51^{I}.\ 54^{II}$ dà il tempo vero cercato del paſſaggio pel meridiano della Lira dopo il mezzodì del 20 di Marzo.

## AVVERTIMENTO I.

341. Se dell'istesso modo si cerca in ordine alla lunghezza del giorno medio alla lunghezza del giorno sidereo, e a qualunque tempo sidereo dato il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà il tempo medio equivalente al dato tempo sidereo. E' d'avvertire intanto che se il tempo sidereo di $9^{or}.\ 53^{1}.\ 18^{11}$ dell' esempio precedente si fosse ridotto in tempo medio; tale tempo indicherebbe quanto tempo medio dovrebbe scorrere dal mezzodì vero fino al passaggio pel meridiano della stella, ma non indicherebbe l'ora di tale passaggio in tempio medio. Per far ciò si dovrebbe riferire il determinato tempo medio al mezzodì medio, con aggiugnere nel supposto caso al detto determinato tempo medio $7^{1}.\ 26^{11}$, ch'è di quanto nel 20 di Marzo il mezzodì medio anticipa il mezzodì vero.

## AVVERTIMENTO II.

342. Si noti che operando similmente si può qualunque intervallo determinato in tempo medio trasformare in tempo vero equivalente, e all'opposto,

AV-

## AVVERTIMENTO III.

343. Quanto s' è fin qui insegnato ci mena con facilità ai modi di regolare gli orologj e per gli usi astronomici, e per gli usi della vita civile. E' da sapere intanto che gli orologj per gli usi astronomici servono per additarci il mezzodì medio, ed i tempi medii; e che gli orologj per gli usi della vita civile servono per additarci il mezzodì vero, e per farci conoscere a un di presso i tempi veri. Del resto ne' due seguenti problemi s' esporranno tali modi; e in seguito si dirà perchè gli orologj, per gli usi della vita civile, ci fanno conoscere, quando sono ben regolati, i tempi veri a un dì presso, e non esattamente.

## PROBL. XLII.

344. *Insegnare il modo di regolare un orologio a pendolo per gli usi astronomici.*

### SOLUZIONE.

1. S' adatti l' orologio, quand'il bisogno l' esige al moto del Sole medio, secondo uno de' modi già insegnati ne' §§ 313, e 331. E se non v' è tempo d' adattarlo a tale moto esattamente, si noti allora di quanto accelera, o ritarda a giorno.

2. Si

2. Si determini relativamente a tale orologio con esattezza il mezzodì vero; e coll' ajuto dell' equazione corrispondente del tempo si rilevi relativamente a tale orologio il mezzodì medio.

S' avrà in tal modo regolato l' orologio per gli usi astronomici, vale a dire per poter determinare col suo ajuto tempi medii.

Ch' è ciò, che bisognava insegnare.

## COROLLARIO.

345. Quindi la determinazione del mezzodì vero per l'Astronomo serve unicamente per regolare il suo orologio, e per assicurarsi da tempo in tempo, quando per più giorni deve farne uso, se conserva l' istessa celerità di moto sì, o no.

## PROBL. XLIII.

346. *Insegnare il modo di regolare un orologio a secondi per gli usi della vita civile.*

### SOLUZIONE.

1. Coll' aiuto d' una meridiana esatta si metta nel momento del mezzodì vero l' indice delle ore esattamente all' ora $12^{ma}$; e nel giorno seguente coll'ajuto dell'istessa meridiana nel momento del mezzodì vero s' esplori, se l' orologio dinota tanti secondi di più,

più, o di meno dell' ora $12^{ma}$, quanti per tale giorno dinotano l'eccesso, o il difetto del giorno vero relativamente al giorno medio. Se ciò accade con esattezza, l'orologio allora va col moto del Sole medio; altrimenti

2. S'acceleri, o ritardi l'orologio, secondo il bisogno, del modo, che si pratica per renderlo più celere, o più tardi nel suo movimento; e si ripeta la medesima operazione; e tante volte in più giorni si vada ripetendo, finchè si conosca essere l'orologio esattamente adattato al moto del Sole medio.

3. Finalmente, adattato l'orologio esattamente al detto moto, e posto l'indice delle ore all'ora $12^{ma}$ nel mezzodì vero, si vada in ogni giorno l'indice de'secondi portando indietro, o avanti di quanti secondi si trova nella tavola notato il corrispondente eccesso, o difetto del giorno vero relativamente al giorno medio.

S' avrà in tal modo regolato l' orologio per gli usi della vita civile; vale a dire che additerà il mezzodì vero, e farà conoscere a un di presso i tempi veri.

Ch'è ciò, che bisognava insegnare.

## COROLLARIO I.

347. Quindi un orologio, regolato del modo già insegnato, deve, finchè non si sregolare

gola per qualcuna delle ſopraddette cagioni, corriſpondere alla meridiana. E perciò quando s' oſſerva non corriſpondere più alla meridiana, è ſegno che s' è sregolato, e che ha biſogno d'eſſere di nuovo dell'iſteſſo modo regolato.

## COROLLARIO II.

348. In oltre non ſi deve accelerare, o ritardare il movimento d' un orologio, ſe non quando ſi deve adattare al moto del Sole medio. Onde è erronea la pratica di coloro, che accelerano, o ritardano il moto all' orologio nel caſo, che conviene avanzare, o arretrare l' indice de' minuti, per l' avanzo, o difetto del giorno ſolare relativamente al giorno medio.

## COROLLARIO III.

349. Di più, indicando la meridiana il mezzodì vero, ſe un orologio s' adatta in un giorno alla meridiana, facendolo corriſpondere ad eſſa e nel mezzodì, da cui tale giorno incomincia, e nel mezzodì, in cui termina; ne' giorni ſeguenti non può alla meridiana corriſpondere. Onde s' ingannano coloro, che giudicano difettoſo un orologio, perchè non rieſce loro adattarlo a un movimento da fare che in ogni giorno poſſa alla meridiana corriſpondere.

CO-

## COROLLARIO IV.

350. Adattandoſi di vantaggio gli orologj per gli uſi della vita civile pure al moto del Sole medio : è facile ad intendere che le ore determinate da tali orologj ſono ore medie, e non ore vere . Or qualora un giorno vero è di $30^{11}$ più lungo del giorno medio , come accade dal 17 fino al 27 di Dicembre , e conſeguentemente l'ora vera è di $1^{11}\ \frac{1}{4}$ più lunga dell' ora media ; con portare indietro nella fine di tale giorno l'indice de'ſecondi di $30^{11}$, affinchè poſſa l'orologio corriſpondere al giorno vero, non s' impediſce che ogni ora indicata dall'orologio non ſia minore dell'ora ſolare di $1^{11}\ \frac{1}{4}$, eccetto l' ultima , che ſi trova eccedere l'ora ſolare di $28^{11}\ \frac{3}{4}$ ; nè s' impediſce che la prima ora, dinotata dall' orologio, non termini per $1^{11}\ \frac{1}{4}$ avanti della prima ora vera , la ſeconda per $2^{11}\ \frac{1}{2}$ , la terza per $3^{11}\ \frac{3}{4}$ , e così procedendo innanzi. Lo ſteſſo ſi deve proporzionatamente intendere di tutti gli altri giorni veri più lunghi, e più corti del giorno medio. Quindi ſi comprende che gli orologj regolati per l' uſo della vita civile, ſe indicano, quando vanno eſattamente regolati , il mezzodì vero con eſattezza , non indicano , ſe non a un di preſſo i tempi veri ; indicandoli con eſattezza ſolamente ne' quattro giorni dell'

an-

anno, che uguagliano il giorno medio.

## AVVERTIMENTO I.

351. Si noti che se si vuole coll' ajuto d'un orologio, del modo già insegnato esattamente regolato, determinare il tempo vero con precisione; basta trasferire il tempo medio, indicato dall'orologio, in tempo vero, secondo s' è antecedentemente insegnato. Se si fa il calcolo per gli giorni dell'anno, ne' quali il giorno vero eccede il medio di $30^{11}$, si trova che, quando l'orologio dinota il tempo di $20^{or.}$, il tempo vero è di $19^{or.}\ 59^{1}\ 35^{11}$.

## AVVERTIMENTO II.

352. Si noti di vantaggio che, non esigendosi nella vita civile una scrupolosa esattezza nella misura del tempo, non occorre pel regolamento de' detti orologj che in ogni giorno venghi mosso l' indice de'secondi avanti, o addietro, per quanto l' addita la detta tavola; ma basta che da tempo in tempo venghi mosso per quanto il dinota la somma de' secondi, che si trovano notati nella tavola in corrispondenza de'giorni, ne' quali il detto indice non è stato mosso. Così se all' 11 di Marzo si ha l' orologio ben regolato, e corrispondente alla meridia-

na;

na; perchè non si fa in esso un ritardo di $1^{I}$. $8^{II}$ relativamente alla meridiana, se non dopo 4 giorni; perciò senza andare avanzando l'indice di $17^{II}$ in ogni giorno, basta avanzarlo di $1^{I}$. $8^{II}$ nel giorno 15.

## AVVERTIMENTO III.

353. Quanto s'è fin qui insegnato circa il modo di regolare gli orologj a secondi per gli usi della vita civile, è più che sufficiente, acciò possa ognuno regolare per gli stessi usi anche gli orologj, che non sono a secondi; e ci fa nell'istesso tempo comprendere che ogni Orologiaro dovrebbe essere provveduto d'un'esatta meridiana, e che nella Città vi dovrebbero essere in diversi siti de' grandi orologj esattamente regolati, da servire a tutti coloro, che non hanno il comodo della meridiana per regolare i di loro particolari orologj.

# CAP. XVIII.

*In cui s' insegna a calcolare relativamente a qualunque giorno di qualsisia anno i tempi de' passaggi de' corpi celesti per qualsivoglia meridiano.*

## PROBL. XLIV.

354. *Insegnare il modo di calcolare per qualunque giorno d' un dato anno il tempo vero del passaggio di qualsisia stella pel meridiano, rispetto a cui si trovano calcolate le ascensioni rette del Sole.*

### SOLUZIONE.

Contrassegni G il giorno dell'anno dato, per cui si vuole determinare il passaggio d'una stella pel meridiano, relativamente a cui si hanno costrutte le tavole delle ascensioni rette del Sole; e contrassegnino AQ Fig 28 l'equatore, AE l'eclittica, A il principio d'ariete, P il polo settentrionale, PD il detto meridiano, S il luogo del Sole vero nel

nel mezzodì vero del giorno G, ed F la ſtella, di cui ſi vuole determinare il tempo del paſſaggio pel meridiano PD. S'intenda di più per F menato l'arco PH del cerchio di declinazione, procedente per F. Contraſſegneranno AD l'aſcenſione retta del Sole nel mezzodì del giorno G, e AH l'aſcenſione retta della ſtella F nel medeſimo giorno G.

1. Si cerchi pel detto mezzodì vero nell'Efemeridi l'aſcenſione retta AD del Sole, che ſi trova eſpreſſa in tempo ſidereo; vale a dire in tempo, relativamente a cui l'equatore ſcorre pel meridiano in ragione di gr. 15 a ora. S'avrà il tempo ſidereo, in cui ſcorre pel meridiano PD l'arco AD dell'equatore.

2. Si cerchi per l'iſteſſo giorno G nelle Tavole aſtronomiche l'aſcenſione retta AH della ſtella F, la quale, ſe ſi trova eſpreſſa in gradi, e minuti, ſi riduca anche in tempo ſidereo. S'avrà il tempo ſidereo, in cui pel meridiano PD ſcorre l'arco AH dell'equatore.

3. Il tempo primo determinato ſi ſottragga dal ſecondo, o da eſſo accreſciuto di 24$^{or.}$, nel caſo che tale tempo ſecondo foſſe minore del primo. Il reſiduo darà il tempo ſidereo, in cui ſcorre per l'iſteſſo meridiano PD l'arco DH dell'equatore.

4. Contraſſegni T il luogo del Sole vero nel mezzodì vero del giorno ſeguente;

e s' intenda per T menato l' arco PB del cerchio di declinazione, procedente per T. Contraſſegneranno AB l'aſcenſione retta del Sole in tale altro mezzodì vero, e DB l'avanzo dell' aſcenſione retta del Sole in un giorno vero. Si cerchi pure nell' Efemeridi l'aſcenſione retta AB del Sole, la quale dà il tempo ſidereo, in cui ſcorre pel meridiano PD l' arco AB dell' equatore. Si farà noto anche il tempo ſidereo, in cui ſcorre per l' iſteſſo meridiano PD il detto avanzo d' aſcenſione retta DB.

5. Coll' ajuto della tavola dell' equazioni del tempo ſi determini in tempo medio la lunghezza del giorno vero, che ſcorre dal mezzodì vero del giorno G fino al mezzodì vero del giorno ſeguente; e ſi cerchi in ordine a tale tempo medio, al tempo medio di $23^{or}. 56^{1}. 4^{11}$, lunghezza del giorno ſidereo, e al tempo ſidereo, in cui ſcorre pel meridiano PD l'avanzo BD dell' aſcenſione retta del Sole nel detto giorno vero, il quarto proporzionale. Darà tale quarto proporzionale il tempo ſidereo, in cui ſcorre pel medeſimo meridiano PD l'avanzo, che fa l'aſcenſione retta del Sole dal mezzodì vero del giorno G per l'intervallo d' un giorno ſidereo.

6. Non variandoſi ſenſibilmente in un giorno l' aſcenſione retta della ſtella, e variandoſi quella del Sole; ſi ſupponga eſſere DC la variazione, che ſoffre l' aſcenſione ret-

retta del Sole, intanto che ſcorre pel meridiano PD l'arco DH dell'equatore, ovvero durante l'intervallo, che v'è tra 'l paſſaggio del Sole pel meridiano, e'l paſſaggio della ſtella F. Si cerchi perciò in ordine a 24or. ſidereo, al tempo ſidereo già determinato, in cui ſcorre pel meridiano l'avanzo dell'aſcenſione retta del Sole in un giorno ſidereo, e al tempo ſidereo, in cui ſcorre per l'iſteſſo meridiano l'arco DH dell'equatore, il quarto proporzionale. Tale quarto proporzionale dà il tempo ſidereo, in cui ſcorre pel meridiano PD il detto avanzo DC d'aſcenſione retta del Sole. Onde ſi fa noto il tempo ſidereo, in cui ſcorre pel medeſimo meridiano PD l'arco CH, o ſia l'arco dell'equatore, per cui ſi trova avanzato all'occidente il Sole nel momento, in cui la ſtella F paſſa pel detto meridiano.

7. Finalmente eſſendo nel momento del paſſaggio della ſtella F pel meridiano PD l'arco CH dell'equatore quello, che ſi trova tramezzare tra 'l detto meridiano, e 'l cerchio orario, in cui appariſce allora il Sole; s'avrà il tempo vero di sì fatto paſſaggio, con ridurre in tempo il detto arco CH alla ragione di gr. 15 a ora (§104 *del tom.*1). E perciò il tempo ſidereo già determinato, in cui ſcorre pel meridiano l'arco CH, dà il tempo vero cercato del paſſaggio pel meridiano della ſtella F.

Ch'è ciò, che biſognava inſegnare.

## ESEMPIO.

*Sia da determinare il tempo, in cui a Parigi passò la Lira nel primo di Maggio del 1760.*

## CALCOLO.

### I.

L' ascensione retta del Sole nel mezzodì del primo di Maggio del 1760 fu in tempo sidereo - - - - - - - - - - - - $2^{or.}.\ 36^{I}.\ 9^{II}$

L' ascensione retta della Lira nel medesimo giorno fu in gr. di $277^{o}.\ 12^{I}.\ 17^{II}$, e conseguentemente in tempo sidereo - - - - $18^{or.}.\ 28^{I}.\ 49^{II}$.

| | | |
|---|---|---|
| Sicchè | $18^{or.}.\ 28^{I}.\ 49^{II}$ | |
| | $2\ .\ 36\ .\ 9$ | sott. |
| Differ. I. | $15^{or.}.\ 52^{I}.\ 40^{II}$. | |

### II.

L' ascensione retta del Sole nel mezzodì del 2 di Maggio fu in tempo sidereo - - - - - $2^{or.}.\ 39^{I}.\ 58^{II}$.

| | | |
|---|---|---|
| Onde | $2^{or.}.\ 39^{I}.\ 58^{II}$ | |
| | $2\ .\ 36\ .\ 9$ | sott. |
| Differ. II. | $3^{I}.\ 49^{II}$. | III. |

## III.

Il giorno vero nel 2 di Maggio manca dal giorno medio di $7^{II}$; e perciò il detto giorno vero in tempo medio è di $24^{or.} - 7^{II}$, o di $86393^{II}$.

Il giorno sidereo in tempo medio è di $23^{or.}. 56^{I}. 4^{II}$, e conseguentemente di $86164^{II}$.

Si cerchi dunque in ordine a 86393, a 86164, e al tempo sidereo di $3^{I}. 49^{II}$ il quarto proporzionale; s'avrà con tale quarto proporzionale il tempo sidereo di $228^{II}$.

## IV.

Il giorno sidereo è di $24^{or.}$ sideree, o di $86400^{II}$ siderei.

Il tempo sidereo $15^{or.}. 52^{I}. 40^{II}$ è di $57160^{II}$ siderei.

Si cerchi dunque in ordine a 86400, a 57160, e a $228^{II}$ siderei il quarto proporzionale; s'avrà con tale altro quarto proporzionale il tempo sidereo di $150^{II}$, o di $2^{I}. 30^{II}$.

| | | |
|---|---|---|
| Onde | $15^{or.}. 52^{I}. 40^{II}$ | |
| | 2 . 30 | sott. |
| Resid. | $15^{or.}. 50^{I}. 10^{II}$. | |

E perciò il tempo vero cercato è di $15^{or.}$. $50^{1}$. $10^{11}$; vale a dire che la Lira passò pel meridiano di Parigi dopo il mezzodì vero del primo di Maggio del 1760 a $15^{or.}$. $50^{1}$. $10^{11}$, o in tempo civile a $3^{or.}$. $50^{1}$. $10^{11}$ della mattina del 2.

## AVVERTIMENTO.

355. Si noti che gli Astronomi fanno comunemente l'esposto calcolo con molta maggiore brevità a questo modo. 1. Determinano le due prime differenze, che si sono da noi determinate. 2. Cercano in ordine a $24^{or.}$, alla prima delle dette differenze, e alla seconda il quarto proporzionale. 3. Finalmente determinano il tempo vero cercato, con sottrarre tale quarto proporzionale dalla prima delle medesime dette differenze. Però sebbene in sì fatto modo operando si abbia il tempo cercato con sufficiente precisione: nondimeno il metodo non serba un esatto rigore. Intanto come il risultato del calcolo è quasi lo stesso, adoperando sì l'uno, che l'altro de'metodi; così nella pratica, per brevità del calcolo, si può adoperare il metodo del comune degli Astronomi, senza timore di cadere in errore da tenerne conto.

## PROBL. XLV.

356. *Insegnare il modo di calcolare per qualunque giorno d'un dato anno il tempo vero del passaggio di qualsivoglia stella pel meridiano d'un luogo A, relativamente a cui non si trovano calcolate le ascensioni rette del Sole.*

### SOLUZIONE.

1. Si calcoli pel giorno dato il tempo vero del passaggio della stella pel meridiano d'un luogo, rispetto a cui si hanno calcolate le ascensioni rette del Sole. Sia sì fatto meridiano quello per esempio di Parigi. Tale tempo calcolato, per dinotare nell'istesso giorno il passaggio della medesima stella pel meridiano del luogo A, deve essere alquanto accresciuto, o diminuito, secondochè sì fatto luogo è più orientale, o più occidentale di Parigi, e accresciuto, o diminuito a proporzione, che si varia l'ascensione retta del Sole, durante il tempo, per cui il mezzodì del luogo A anticipa, o posticipa quello di Parigi. Perchè la stella pel meridiano d'un luogo più orientale, o più occidentale di Parigi vi passa, quando la differenza dell'ascensione retta sua si trova alquanto maggiore, o minore di quella, che si trova in passare pel meridiano di Pa-

Parigi. Per trovare intanto tale accreſcimento, o diminuzione da dare al detto tempo calcolato,

2. Si determini coll'ajuto dell'Efemeridi la variazione in tempo, che ſoffre l'aſcenſione retta del Sole nel giorno del cercato paſſaggio, e ſi noti.

3. Si trovi in ordine a 24$^{or.}$, alla variazione notata, e al tempo, che dinota la differenza de' meridiani del luogo A, e di Parigi, il quarto proporzionale.

4. Finalmente tale quarto proporzionale s'aggiunga al tempo calcolato del paſſaggio della ſtella pel meridiano di Parigi, ſe il luogo A è all' oriente di Parigi, o ſi ſottragga dal medeſimo tempo, ſe è all' occidente.

La ſomma nel primo caſo, o il reſiduo nel ſecondo, che naſce, dà il tempo vero cercato del paſſaggio della ſtella pel meridiano del luogo A,

Ch'è ciò, che biſognava inſegnare.

## ESEMPIO.

*Sia da determinare il tempo, in cui paſsò la Lira nel primo di Maggio del* 1760 *pel meridiano d' un luogo di* 9$^{or.}$. 30$^{1}$ *più orientale, o più occidentale di Parigi.*

## CALCOLO.

Paſſaggio della Lira pel meridiano di Parigi nel primo di Maggio del 1760 dopo mezzodì a - - - - - - - - $15^{or.}. 50^{I}. 10^{II}$

Variazione dell' aſcenſione retta del Sole dal mezzodì del primo di Maggio fino al mezzodì del 2 in tempo - - - - $3^{I}. 49^{II}$.

Differenza de' meridiani del luogo all'oriente, o all'occidente di Parigi in tempo - - - - - - - - - $9^{or.}. 30^{I}$.

Si faccia $24^{or.}: 3^{I}. 49^{II} = 9^{or.}. 30^{I}$ al quarto proporzionale. Fatto il calcolo, ſi trova tale quarto proporzionale di $1^{I}. 30^{II}$. E perciò

$15^{or.}. 50^{I}. 10^{II}.$
$1 . 30$ agg.

Som. $15^{or.}. 51^{I}. 40^{II}.$

$15^{or.}. 50^{I}. 10^{I}$
$1 . 30$ ſott.

Reſid. $15^{or.}. 48^{I}. 40^{II}.$

Sicchè, ſe il luogo è all'oriente di Parigi, il paſſaggio della Lira pel meridiano di tale luogo nel primo di Maggio del 1760 ac-

accadde dopo mezzodì a --- 15$^{or}$. 51$^{I}$ . 40$^{II}$.
Se poi è all' occidente , accadde sì fatto paſſaggio dopo il mezzodì a - - - - 15$^{or}$. 48$^{I}$ . 40$^{II}$.

## AVVERTIMENTO.

357. Ne' luoghi opportuni s' inſegnerà a determinare le longitudini , e le latitudini di tutti gli altri pianeti per qualſiſia tempo . Baſta qui avvertire che, determinate la longitudine, e la latitudine d'un pianeta per qualſiſia tempo, ſi può calcolare l'aſcenſione retta , che l' appartiene nel medeſimo tempo del modo inſegnato nel § 228 relativamente alle ſtelle fiſſe . E' da ſapere intanto che in tutte l' Efemeridi per riguardo di tutt' i pianeti ſi trovano calcolate relativamente a ogni giorno le longitudini , e latitudini pel momento de' riſpettivi mezzidì , ed i paſſaggi pe' meridiani riſpettivi ; e che ſolamente nell' Almanacco nautico ſi trovano relativamente alla Luna calcolate anche le aſcenſioni rette e pel mezzodì , e per la mezza notte . Veggiamo ora come coll' ajuto delle aſcenſioni rette di qualunque de'detti pianeti , o che ſi abbiano in Efemeridi , o che ſi debbono calcolare ne' biſogni in conſeguenza delle longitudini , e latitudini di eſſo , ſi debba calcolare per qualunque dato giorno il tempo vero del ſuo paſſaggio per qualſivoglia meridiano . Perciò ſoggiu-

gnia-

gniamo i due ſeguenti problemi.

## PROBL. XLVI.

258. *Inſegnare il modo di calcolare per qualunque giorno d' un dato anno il tempo vero del paſſaggio d' uno de' detti pianeti pel meridiano d' un luogo, riſpetto a cui ſi hanno in Efemeridi calcolate le aſcenſioni rette del Sole, e le longitudini, e latitudini del pianeta.*

### SOLUZIONE.

Sia la Luna il pianeta, di cui ſi vuole calcolare il paſſaggio pel meridiano. Contraſſegni G il giorno aſſegnato; e contraſſegnino AQ l' equatore, AE l' eclittica, A il principio d'ariete, P il polo ſettentrionale, PD il meridiano del luogo, S il luogo del Sole vero nel mezzodì vero del giorno G, ed F il luogo della Luna nel medeſimo mezzodì. S'intenda per F menato l'arco PH del cerchio di declinazione procedente per F. Contraſſegneranno pel mezzodì vero del giorno G l'arco AD l' aſcenſione retta del Sole, e l' arco AH l' aſcenſione retta della Luna. Fig. 28

1. Si cerchi nell' Efemeridi l' aſcenſione retta AD del Sole, e ſi determini l' altra AH della Luna in conſeguenza della longitudine, e della latitudine, che competono alla Luna in tale momento, e che ſi hanno nel-

nelle medeſime Efemeridi ; e ſieno in tempo ſidereo la prima di sì fatte aſcenſioni rette di $2^{or.}.\ 15^{1}$, e la ſeconda di $14^{or.}.\ 25^{1}$. Si farà nota la differenza di eſſe, che farà di $12^{or.}.\ 10^{1}$ ; e tale tempo dinota il tempo ſidereo, in cui ſcorre pel meridiano PD l'arco DH dell'equatore ; e dinoterebbe il tempo ſidereo, che impiegherebbe la Luna dopo il mezzodì vero del giorno G per giugnere al meridiano PD, ſe ella intanto non s'avanzaſſe ſenſibilmente in aſcenſione retta. Ma la Luna, durante tale tempo, ſenſibilmente s'avanza in aſcenſione retta ; perciò

2. Si calcoli coll'ajuto delle medeſime Efemeridi l'aſcenſione retta, che compete alla Luna nel mezzodì vero ſeguente ; e ſi determini l'avanzo, che fa l'aſcenſione retta della Luna dal mezzodì vero del giorno G fino al mezzodì vero del giorno ſeguente. Sia tale avanzo in tempo ſidereo di $1^{or.}$. Si determini in oltre in tempo medio la lunghezza del giorno vero, che incomincia dal mezzodì del giorno G, e termina nel mezzodì ſeguente ; e ſia di $24^{or.}.\ 00^{1}.\ 16^{11}$. E di più ſi trovi in ordine al tempo medio di $24^{or.}.\ 00^{1}.\ 16^{11}$, al tempo medio di $23^{or.}.\ 56^{1}.\ 4^{11}$, lunghezza del giorno ſidereo, e al tempo ſidereo di $1^{or.}$, variazione in tempo dell'aſcenſione retta della Luna in un giorno vero, il quarto proporzionale. Tale quarto proporzionale dà la variazione in tempo ſidereo del-

dell' aſcenſione retta della Luna, durante l'intervallo d'un giorno ſidereo; che, fatto il calcolo, ſi trova nel ſuppoſto caſo di $59^{I}.49^{II}$.

3. Si trovi in ordine a $24^{or.}$ ſideree, al tempo ſidereo di $59^{I}.49^{II}$, e al tempo ſidereo di $12^{or.}.10^{I}$, in cui ſcorre DH pel meridiano PD, il quarto proporzionale. Tale altro quarto proporzionale dà in tempo ſidereo la variazione dell' aſcenſione retta della Luna, intanto che ſcorre DH pel meridiano PD; che, fatto il calcolo, ſi trova di $30^{I}.19^{II}$. Or ſe ſi ſuppone eſſere HI l'archetto, per cui s' avanza in aſcenſione retta la Luna nel tempo ſidereo di $30^{I}.19^{II}$; in giugnere il punto H dell' equatore al meridiano PD, la Luna ſi deve trovare ancora diſtante dall' iſteſſo meridiano dell' archetto HI, ch' eſige a ſcorrere pel meridiano PD il tempo ſidereo di $30^{I}.19^{II}$. E perchè in tale altro intervallo di tempo la Luna ſegue ad avanzare in aſcenſione retta; ſe ſi ſuppone eſſere IK l'archetto dinotante tale avanzo; s' avrà il tempo ſidereo, in cui ſcorre pel detto meridiano l'archetto IK, con cercare in ordine a $24^{or.}$ ſideree, al tempo ſidereo di $59^{I}.49^{II}$, e al tempo ſidereo di $30^{I}.19^{II}$, in cui ſcorre HI pel meridiano, il quarto proporzionale; che, fatto il calcolo, ſi trova di $1^{I}.15^{II}$. Onde in giugnere il punto I dell' equatore al meridiano PD, la Luna ſi deve tro-

trovare ancora distante dall' istesso meridiano dell'archetto IK, ch'esige a scorrere pel meridiano PD il tempo sidereo di $1^{t}.\ 15^{tt}$. Similmente procedendo si trova che in giugnere il punto K al meridiano PD, la Luna se ne deve trovare ancora distante d' un' altro archetto KL; e così procedendo all' infinito. Or tanto gli archi DH, HI, IK, KL, ec. all' infinito, per cui si va successivamente avanzando in ascensione retta la Luna, finchè giugne al meridiano PD, quanto i tempi siderei, ne' quali scorrono tali archi pel meridiano PD, sono in progressione geometrica decrescente, procedendo i termini sì nell'una, che nell'altra progressione in ragione del tempo sidereo di $24^{or.}$ al tempo sidereo di $59^{t}.\ 49^{tt}$. Si supponga essere O il punto dell' equatore, dove termina la somma degl' infiniti termini della progressione geometrica DH, HI, IK, KL, ec.; sarà O il punto dell' equatore, che giugnerà colla Luna al meridiano PD; e 'l tempo sidereo, in cui scorre DO pel detto meridiano, sarà la somma della progressione geometrica de' tempi siderei, ne' quali scorrono pel medesimo meridiano gli stessi archi DH, HI, IK, KL, ec.. Per trovare dunque il tempo sidereo, in cui scorre DO pel meridiano PD, essendo determinati il primo termine della progressione già detta, ch' è di $12^{or.}.\ 10^{t}$, e 'l secondo, ch' è di $30^{t}.\ 19^{tt}$; se si cerca il terzo pro-

por-

porzionale in ordine alla differenza di tali termini, e al primo di essi; tale terzo proporzionale dà la somma dell' intera progressione [ § 146 *del tom.* 3. *degli elem. di matem.* ], e conseguentemente dà il tempo sidereo cercato, in cui scorre pel meridiano PD l'arco DO; che, fatto il calcolo, si trova essere di $12^{or.}. 41^{I}. 37^{II}$.

4. E perchè nel tempo, che scorre DO pel meridiano PD l'ascensione retta del Sole anche s'accresce. Supposto che s'accresca dell'archetto DC; e supposto che nell' Efemeridi si trova essere in tempo sidereo l'accrescimento, che riceve l' ascensione retta del Sole dal mezzodì del giorno G fino al mezzodì seguente di $3^{I}. 57^{II}$: se si trova in ordine a $24^{or.}$, al tempo di $12^{or.}. 41^{I}. 37^{II}$, e al tempo di $3^{I}. 57^{II}$ il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà il tempo sidereo, in cui scorre pel detto meridiano l'archetto DC; che, fatto il calcolo, si trova di $2^{I}. 5^{II}$.

5. Finalmente dal tempo $12^{or.}. 41^{I}. 37^{II}$, in cui scorre DO pel meridiano PD, si tolga il tempo $2^{I}. 5^{II}$; il residuo $12^{or.}. 39^{I}. 32^{II}$ dà il tempo sidereo, in cui scorre l'arco CO pel meridiano PD, e conseguentemente il tempo vero cercato, in cui la Luna passa per l'istesso meridiano.

Ch'è ciò, che bisognava insegnare.

## AVVERTIMENTO.

359. So che l'esposto metodo è più laborioso di quello, che comunemente si pratica dagli Astronomi: però chi si prenderà la pena di confrontare l'un metodo coll'altro, conoscerà che nel nostro, massimamente relativamente alla Luna, la cui ascensione retta giorno per giorno si varia considerabilmente, la fatica maggiore viene compensata dall'esattezza.

## PROBL. XLVII.

360. *Insegnare il modo di calcolare per qualunque giorno d'un dato anno il tempo del passaggio d'uno de' medesimi pianeti pel meridiano d'un luogo L, relativamente a cui non si hanno in Efemeridi calcolate le ascensioni rette del Sole, e le longitudini, e le latitudini del pianeta.*

### SOLUZIONE.

Sia la Luna il pianeta, di cui si vuole calcolare il passaggio pel meridiano, e G contrassegni il giorno, per cui si cerca tale passaggio.

1. Volendo far uso d'Efemeridi calcolate relativamente al meridiano di Parigi, si determini di quanto il luogo L si trova es-

se-

ſere più orientale, o più occidentale di Parigi. Sia per eſempio più orientale di 9or. 30l.

Contraſſegnino AQ l'equatore, AE l'eclit- Fig. 29.
tica, P il polo ſettentrionale, PD il meridiano di Parigi, S il luogo del Sole nel mezzodì del giorno G in Parigi, T il luogo della Luna nel medeſimo momento. Per T s' intenda menato l'arco PH del cerchio di declinazione procedente per T. Contraſſegneranno AD l'aſcenſione retta del Sole nel momento del mezzodì del giorno G in Parigi, ed AH l'aſcenſione retta della Luna nel medeſimo momento.

2. Si determinino coll' ajuto delle dette Efemeridi AD, AH in tempi ſiderei. Si farà noto in tempo ſidereo l'arco DH, differenza delle aſcenſioni rette del Sole, e della Luna nel momento del mezzodì del giorno G in Parigi. E perchè nel momento del paſſaggio del Sole nell' iſteſſo giorno G pel meridiano del luogo L, all'oriente di Parigi di 9or. 30l, le dette aſcenſioni rette debbono trovarſi alquanto minori di AD, AH. Sieno in tale momento AB, AC. Perciò

3. Si determini di quanto l' aſcenſione retta del Sole varia dal mezzodì del giorno precedente fino al mezzodì del giorno G, e ſi cerchi in ordine a 24or., al tempo ſidereo, dinotante tale variazione d'aſcenſione retta, e al tempo di 9or. 30l il quarto propor-

zionale. S' avrà con tale quarto proporzionale il tempo ſidereo eſprimente l' archetto DB. Similmente, calcolata l' aſcenſione retta della Luna pel mezzodì del giorno precedente, e determinato in tempo ſidereo l' avanzo, che fa tale aſcenſione retta dal detto mezzodì fino al mezzodì del giorno G, ſi cerchi in ordine a $24^{or.}$, al tempo ſidereo, dinotante tale altro avanzo d'aſcenſione retta, e al tempo di $9^{or.}\ 30^{1}$ il quarto proporzionale. S'avrà con tale altro quarto proporzionale il tempo ſidereo dinotante l' archetto HC.

4. Dal tempo ſidereo, dinotante l' arco DH già determinato, ſi tolga quello, che s' è trovato dinotare HC, e al reſiduo s' aggiunga l'altro, che s'è trovato dinotare DB. S' avrà in tempo ſidereo l' arco BC, differenza delle aſcenſioni rette del Sole, e della Luna pel giorno G nel momento, in cui il Sole è nel meridiano del luogo L.

5. Finalmente ſi proceda circa il reſtante del modo inſegnato nel probl. precedente.

S'avrà in tal modo pel giorno G il tempo cercato del paſſaggio della Luna pel meridiano del luogo L.

Ch' è ciò, che biſognava inſegnare.

AV-

## AVVERTIMENTO I.

361. Si noti che se il luogo L è all' occidente di Parigi di $9^{or.}$ . $30^{1}$ ; in tale caso, per avere in tempo sidereo l'arco BC, si deve aggiugnere al tempo sidereo, dinotante DH, quello, che si trova dinotare HC, e dalla somma se ne deve sottrarre l'altro, che si trova dinotare DB.

## AVVERTIMENTO II.

362. Si noti pure che l'operazione insegnata nell'esposto problema riesce assai più facile, facendo uso de'passaggi de'pianeti pel meridiano, che si trovano notati in tutte l'Efemeridi. Sia per esempio da determinare pel 22 d'Aprile del corrente anno 1782 il tempo del passaggio della Luna pel meridiano di Napoli. Eccone il calcolo, facendo uso dell'Efemeridi di Bologna. La Luna passa pel meridiano di Bologna nel 22 d'Aprile dopo il mezzodì a $7^{or.}$ . $57^{1}$ , e nel giorno precedente a $7^{or.}$ . $7^{1}$ . Dunque da un passaggio pel meridiano all' altro la Luna nel detto tempo v'impiega più del Sole $50^{1}$ . Or essendo Napoli più orientale di Bologna di $11^{1}$ . $25^{11}$ ( § 130 *del tom.* I ]; cioè impiegando il Sole dal meridiano di Napoli fino al meridiano di Bologna $11^{1}$ . $25^{11}$ , la Luna nel detto tempo vi

deve impiegare dall'istesso meridiano di Napoli fino a quello di Bologna più del Sole $23^{11}$, quale è il quarto proporzionale, che si ha in ordine a $24^{or.}$, a $50^{1}$, e a $11^{1}$. $25^{11}$. E perciò, passando la Luna pel meridiano di Bologna nel 22 d' Aprile dopo il mezzodì a $7^{or.}$. $57^{1}$, passerà pel meridiano di Napoli dopo il mezzodì di tale luogo a $7^{or.}$. $57^{1}$, toltine $23^{11}$, vale a dire a $7^{or.}$. $56^{1}$. $37^{11}$.

## AVVERTIMENTO III.

363. Se il luogo, relativamente a cui s'è cercato il passaggio della Luna pel meridiano si fosse trovato all'occidente di Bologna; in tale caso si sarebbe coll'ajuto dell'Efemeridi determinato di quanto la Luna ritarda per rispetto del Sole dal passaggio pel meridiano di Bologna nel 22 al passaggio nel 23; e'l quarto proporzionale determinato in ordine a $24^{or.}$, al detto ritardo, e alla differenza de' meridiani si sarebbe aggiunto al tempo di $7^{or.}$. $57^{1}$, per avere il tempo del passaggio pel meridiano dopo il mezzodì di tale luogo più occidentale di Bologna.

## AVVERTIMENTO IV.

464. Ciò che s'è qui insegnato relativamente alla Luna, vale per tutti gli altri pianeti; giacchè in tutte l'Efemeridi si tro-

ſi trovano determinati i paſſaggi giornalieri di eſſi pel meridiano.

## AVVERTIMENTO V.

365. Si noti finalmente che nella proporzione da farſi per determinare ciò, che ſi deve ſottrarre, o aggiugnere al tempo, che ſi trova calcolato nell'Efemeridi, acciò ſi abbia il tempo cercato del paſſaggio d'un pianeta pel meridiano d'un luogo, relativamente a cui non ſi trovano calcolate l'Efemeridi, ſi deve adoperare ſempre per primo termine il tempo di 24$^{or.}$ ſolari, come noi, fatto abbiamo, e non già il tempo ſolare, che dalle medeſime Efemeridi ſi rileva impiegare il pianeta allora in una giornaliera rivoluzione, come fa il Signor de la Lande nel § 1004 della ſua Aſtronomia; perchè il termine omologo dell'iſteſſa proporzione è il tempo eſprimente la differenza de' meridiani, vale a dire il tempo, che impiega il Sole, e non il pianeta per apparire moſſo dal meridiano, relativamente a cui ſi cerca determinare il paſſaggio del pianeta, fino al meridiano del luogo, relativamente a cui ſi hanno l'Efemeridi coſtrutte.

# CAP. XIX.

*S' insegnano i modi di determinare gli angoli orarj de' corpi celesti, gli archi semidiurni, che nelle giornaliere rivoluzioni appariscono descrivere, e i tempi del nascere e tramontare di essi.*

## DEFINIZIONE I.

366. Si chiama *angolo orario* d' un corpo celeste l'angolo formato dal semicerchio orario, in cui appariſce essere il corpo celeste, col semicerchio dell' ora $24^{ma}$.

## COROLLARIO.

367. Quindi, quando il corpo celeste si trova nell' emisfero occidentale, l' angolo orario si va successivamente accrescendo, e, quando si trova nell' emisfero orientale, si va successivamente diminuendo.

DE-

## DEFINIZIONE II.

368. Si dice d'un corpo celeſte per riſpetto d' un luogo della terra, relativamente a cui tale corpo naſce, e tramonta, in generale *arco ſemidiurno* l' arco del parallelo, che nella rivoluzione diurna appariſce deſcrivere nella parte viſibile del cielo, e che tramezza tra l'orizzonte razionale del luogo, e 'l meridiano. In iſpezie poi l'arco ſemidiurno ſi chiama *arco ſemidiurno della mattina* quello, ch'è nell'emisfero orientale, e *arco ſemidiurno della ſera* quello, ch'è nell'emisfero occidentale.

## PROBL. XLVIII.

369. *Inſegnare il modo di determinare per qualunque dato tempo l' angolo orario di qualſiſia corpo celeſte.*

### SOLUZIONE.

Contraſſegnino HZQ il meridiano celeſte, Fig. 30
EQ l' equatore, e P il polo viſibile del mondo; e ſia il ſito, che occupa nella ſfera mondana il corpo celeſte nel momento, in cui ſi vuole determinare il ſuo angolo orario, S nell' emisfero occidentale, o T nell' emisfero orientale. Per S, e T s' intendano menati gli archi PD, PF de' cerchi

di

di declinazioni, procedenti per S, e T; sarà nel detto momento l'angolo orario EPD, se il corpo celeste è in S, o EPF, se è in T; e sarà la misura di sì fatto angolo orario l'arco ED dell' equatore, o l'arco EF. E finalmente sia ELAQ la direzione, per cui si procede dall'occidente verso l'oriente. O che il corpo celeste nel detto momento sia nell'emisfero occidentale, o che sia nell' emisfero orientale, può accadere che il principio d' ariete sia nell' istesso momento o fuori dell'arco dell'equatore, che misura l'angolo orario di tale corpo, o nel medesimo arco. Sia

I.

Il corpo celeste in S, e'l principio d'ariete in A. Saranno in tale momento AQE l'ascensione retta del mezzo cielo, e AQD l'ascensione retta del corpo S. Dunque, determinando tali ascensioni rette, colla differenza di esse si ha l'arco ED, e conseguentemente l'angolo orario EPD. Sia

II.

Il corpo celeste in S, e 'l principio d' ariete in B. Saranno nel detto momento BE l'ascensione retta del mezzo cielo, e BEQD l'ascensione retta del corpo S. Onde, determinando tali ascensioni rette, colla differen-

renza di esse si ha l' arco ELQD , e col complimento di sì fatto arco all'intera periferia si ha l' arco DE , e conseguentemente l'angolo orario EPD . Sia

III.

Il corpo celeste in T , e'l principio d'ariete in A . Saranno nel medesimo momento AQE l'ascensione retta del mezzo cielo, e AQEF l'ascensione retta del corpo T . E perciò , determinando tali ascensioni rette , colla differenza di esse si ha l'arco EF , e conseguentemente l'angolo orario EPF . Sia

IV.

Il corpo celeste in T , e'l principio d'ariete in C . Saranno nel detto momento CQE l'ascensione retta del mezzo cielo , e CF l' ascensione retta del corpo T . Onde , determinando tali ascensioni rette, colla differenza di esse si ha l'arco FQE , e col complimento di sì fatto arco all' intera periferia si ha l'arco EF , e conseguentemente l'angolo orario EPF .

Per la qual cosa se in ogni caso si determinano pel tempo dato l'ascensione retta del mezzo cielo ,. e l' ascensione retta del corpo celeste , e se ne rileva la differenza di esse; tale differenza , se non oltrepassa i gr. 180, o, se oltrepassa i gr. 180, il compli-

men-

mento di essa agli gr. 360 dà sempre l' angolo orario cercato.

Ch'è ciò, che bisognava insegnare.

## COROLLARIO I.

370. E' già noto pel § 197 del tom. 1 che se si vuole determinare l'ascensione retta del mezzo cielo per qualunque data ora solare di qualsisia giorno, basta convertire in gradi dell' equatore in ragione di 15 a ora le ore scorse dal mezzodì fino al momento dinotato dall' ora data, e aggiugnere a tali gradi quelli, che dinotano nel medesimo momento l' ascensione retta del Sole; che la somma, che si ha, se non eccede i gr. 360, o l'eccesso di essa su i gr. 360, se l'eccede, dà sempre l'ascensione retta del mezzo cielo per la data ora. Dunque se si vuole determinare l'angolo orario d' un corpo celeste per qualunque data ora di qualsivoglia giorno, basta convertire in gradi dell' equatore le ore scorse dal mezzodì fino al momento dinotato dall' ora data; determinare in gradi l' ascensione retta, che compete al Sole nel detto momento; e determinare pure in gradi l'ascensione retta, che nel medesimo momento compete al corpo celeste: che siccome la somma delle due prime grandezze determinate, se non eccede i gr. 360, o l'eccesso di essa su i gr. 360, se l'eccede, dà l'ascensione retta del mezzo cie-

cielo per l'ora data ; così la differenza di tale ſomma, o di tale eccesſo coll' aſcenſione retta del corpo celeſte , ſe non eccede i gr. 180 , o il complimento di eſſa agli gr. 360, ſe l' eccede , dà l' angolo orario cercato.

## COROLLARIO II.

371. Quindi ſe ſi vuole determinare l'angolo orario del Sole per qualunque data ora di qualſiſia giorno, baſta convertire in gradi dell'equatore del modo già detto le ore ſcorſe dal mezzodì fino al momento dinotato dall' ora data; che tali gradi, ſe non eccedono i 180°, o il complimento di eſſi agli gr. 360, ſe l' eccedono, danno ſempre l' angolo orario del Sole.

## AVVERTIMENTO I.

372. Si noti che ſe ſi fa uſo del tempo medio ; l' aſcenſione retta del mezzo cielo ſi determina allora per qualunque tempo medio dato , con ridurre in gradi dell' equatore alla ragione di gr. 15. 2$^{1}$ . 27$^{11}$ a ora il tempo medio ſcorſo dal mezzodì vero fino al momento dinotato dal tempo dato, e con aggiugnere a tali gradi quelli, che dinotano l'aſcenſione retta media, o ciò, ch' è l' iſteſſo, la longitudine media, che compete al Sole nel medeſimo momento ; e ſi ha tale aſcenſione ret-

retta del mezzo cielo con sì fatta ſomma, ſe non eccede i gr. 360, o coll' eccesſo di eſſa ſu i gr. 360, ſe l'eccede.

## COROLLARIO III.

373. E perciò l'angolo orario d'un corpo celeſte per qualunque tempo medio dato ſi determina, con ridurre in gradi dell'equatore alla detta ragione il tempo medio ſcorſo dal mezzodì vero fino al momento dinotato dal tempo dato; con determinare l'aſcenſione retta media, o ciò, che l'iſteſſo, la longitudine media, che compete al Sole nell' iſteſſo momento; e con determinare l'aſcenſione retta vera, che nel medeſimo momento compete al corpo celeſte: che ſiccome la ſomma delle due prime grandezze determinate, ſe non eccede i gr. 360, o l'eccesſo di eſſa ſu i gr. 360, ſe l'eccede, dà l'aſcenſione retta del mezzo cielo pel tempo dato; così la differenza di tale ſomma, o di tale eccesſo coll' aſcenſione retta vera del corpo celeſte, ſe non eccede i gr. 180, o il complimento di eſſa agli gr. 360, ſe l'eccede, dà l'angolo orario cercato.

## AVVERTIMENTO II.

Fig. 31. 374. Contraſſegnino EPQR la terra, EQ l'equatore terreſtre, EPQR il primo meridiano, PA il meridiano di Parigi, PB il me-

meridiano di qualunque altro luogo terreſtre, per eſempio di Napoli, e PD l' orario, in cui ſi trova il Sole in qualſiſia tempo. Se nel medeſimo momento vengono determinati a Parigi, e a Napoli gli angoli orarj del Sole; ſi faranno noti i due angoli APD, BPD; onde noti ſi faranno anche gli archi AD, BD dell' equatore, e conſeguentemente nota la differenza AB de' meridiani de' detti luoghi. E perciò, ſapendo eſſere il primo meridiano PE più occidentale di quello di Parigi di 20°, ſi farà noto l'arco EB, longitudine terreſtre di Napoli. Ecco in che modo col mezzo di due angoli orarj, determinati nel medeſimo momento in due diverſi luoghi, ſi può determinare la differenza de' meridiani de' medeſimi luoghi, e conſeguentemente la longitudine terreſtre d' uno di eſſi, qualora è nota la longitudine dell' altro.

## PROBL. XLIX.

375. *Inſegnare il modo di determinare l' arco ſemidiurno di qualunque corpo celeſte, relativamente a qualſiſia dato luogo della terra.*

### SOLUZIONE.

Contraſſegnino relativamente al luogo dato HPQ il meridiano celeſte, EQ l' equatore, HO l' orizzonte razionale, P il polo viſi- Fig. 30.

visibile, Z il zenit, e IK l' arco semidiurno cercato. Per I s' intendano menati l' arco PG del cerchio di declinazione, e l'arco ZI del verticale, procedenti ambidue per I. Sarà IZ di 90°, diminuiti della parallasse orizzontale del corpo celeste, se è suggetto a parallasse, ed accresciuti della refrazione orizzontale, ch' è per tutt' i corpi celesti di 33'. Sarà di più PI il complimento della declinazione GI, che ha il corpo celeste nel momento, che appariſce nell'orizzonte razionale HO, o, se il corpo è dall' altra banda dell'equatore, la somma della detta declinazione, e dell'arco del quadrante. E finalmente sarà PZ il complimento dell' altezza del polo P sull' orizzonte HO. Sicchè, note la parallasse orizzontale del corpo celeste, la refrazione orizzontale, e la declinazione, che ha l' istesso corpo nel momento, che appariſce nell'orizzonte, e la sua spezie, e nota di più l' altezza del polo visibile, si rendono nel triangolo IPZ noti tutt' i lati. E perciò coll' ajuto della Trigonometria sferica si può in tale triangolo determinare l' angolo orario IPZ, o sieno i gradi, e minuti dell' arco GE dell' equatore, e conseguentemente dell' arco simile semidiurno cercato IK.

Ch' è ciò, che bisognava insegnare.

CO-

## COROLLARIO I.

376. Per determinare adunque l'arco ſemidiurno d'un corpo celeſte relativamente a qualſivoglia giorno di qualunque anno, è neceſſario d'aver note la parallaſſe orizzontale del corpo celeſte pel tempo dato, ſe mai il corpo è ſuggetto a parallaſſe, la refrazione orizzontale della luce, l'altezza del polo del luogo, la declinazione dell'iſteſſo corpo pel momento del ſuo arrivo all'orizzonte, e la ſpezie di eſſa.

## COROLLARIO II.

377. Eſſendo la refrazione orizzontale per tutt'i corpi celeſti di $33^{1}$, e non avendo le ſtelle fiſſe parallaſſe alcuna, e avendola il Sole nell'orizzonte di $9^{11}$; ſarà IZ per le ſtelle fiſſe di $90^{o}.\ 33^{1}$, e pel Sole di $90^{o}.\ 32^{1}.\ 51^{11}$.

## COROLLARIO III.

378. Di più non variandoſi ſenſibilmente per lungo tempo le declinazioni delle ſtelle, e variandoſi ſenſibilmente quella del Sole in ogni giorno, maſſimamente negli equinozj; ſarà relativamente a ogni ſtella fiſſa non ſolamente l'arco ſemidiurno della mattina ſempre uguale a quello della ſera,

ma ben anche tale arco ſarà coſtante per lungo tempo; e ſarà relativamente al Sole l' arco ſemidiurno della mattina ſempre alquanto diverſo da quello della ſera, cioè minore dal 21 di Dicembre fino al 21 di Giugno, e maggiore dal 21 di Giugno fino al 21 di Dicembre; il che fa che il mezzodì ſia dal 21 di Dicembre fino al 21 di Giugno alquanto men lontano dal momento del naſcere del Sole, che dal momento del tramontare, e alquanto più lontano dal 21 di Giugno fino al 21 di Dicembre.

## AVVERTIMENTO I.

379. Ciò, che s' è detto riguardo al Sole relativamente alla diverſità degli archi ſemidiurni della mattina, e della ſera, ſi deve intendere riguardo ancora a tutti gli altri corpi celeſti, che mutano ſenſibilmente declinazione da giorno in giorno; e maſſimamente della Luna, la quale da giorno in giorno ſoffre una conſiderevole variazione in declinazione.

## AVVERTIMENTO II.

380. Sebbene la determinazione dell' arco ſemidiurno della mattina, o della ſera d' un corpo celeſte per qualunque dato giorno ſerva, per potere determinare il momento del naſce-

naſcere, o tramontare di tale corpo pel giorno dato: nondimeno la determinazione di tale arco, come ſuppone la declinazione del corpo pel momento, in cui naſce, o tramonta nel dato giorno, non ſi può con ſufficiente preciſione avere relativamente a que' corpi celeſti, che mutano declinazione ſenſibilmente nel corſo d'un giorno, ſenza potere a un di preſſo determinare il tempo del naſcere, o tramontare di eſſi. Il come ſi deve procedere relativamente a tali corpi, per poter determinare l' arco ſemidiurno della mattina, o della ſera di qualunque dato giorno con ſufficiente preciſione, e in conſeguenza di eſſo il tempo del naſcere, o del tramontare, s'anderà inſegnando ne' ſeguenti problemi.

## AVVERTIMENTO III.

381. Si noti finalmente che la determinazione del naſcere, e tramontare di tutt' i corpi celeſti, dal Sole in fuori, ſuppone già determinato il tempo del paſſaggio pel meridiano. Premeſſe intanto tali coſe, venghiamo agli problemi, che riſchiarano quanto s' è accennato.

## PROBL. L.

382. *Determinare per qualunque dato giorno l' arco ſemidiurno di qualſivoglia ſtella, e 'l*

*tempo vero sì del ſuo naſcere, che del ſuo tramontare.*

## SOLUZIONE.

Sieſi da determinare pel 12 di Maggio del corrente anno 1782 relativamente a Napoli l'arco ſemidiurno, e'l tempo sì del naſcere, che del tramontare d'una ſtella, che paſſa in tale giorno pel meridiano dopo il mezzodì vero a $9^{or}.\ 15^{1}.\ 18^{11}$, e che ha di declinazione ſettentrionale $26°\ 40^{1}.\ 32^{11}$.

Si ſupponga tutto ciò, che s'è ſuppoſto nel probl. precedente. Eſſendo l'altezza del polo ſettentrionale relativamente a Napoli di $40°.\ 50^{1}.\ 15^{11}$; ſaranno $IZ = 90°.\ 33^{1}$, $IP = 63°.\ 19^{1}.\ 28^{11}$, e $PZ = 49°.\ 9^{1}.\ 45^{11}$.

1. Si determini nel triangolo ſferico IPZ, noti tutt'i lati, l'angolo ſferico IPZ; s'avrà l'arco ſemidiurno cercato, e conſeguentemente l'arco GE dell'equatore; che, fatto il calcolo, ſi trova eſſere di $116°.\ 39^{1}.\ 50^{11}$.

2. Si riduca tale arco in tempo ſidereo alla ragione di gr. 15 a ora; s'avrà il tempo ſidereo di $7^{or}.\ 46^{1}.\ 39^{11}$, in cui la ſtella nella rivoluzione diurna deſcrive l'arco ſemidiurno IK.

3. Eſſendo la lunghezza del 12 di Maggio in tempo medio di $24^{or}. \text{——} 1^{11}$, o ſia di $86399^{11}$, e'l giorno ſidereo anche in tem-

tempo medio di $23^{or.}.\ 56^{1}.\ 4^{11}$, a ſia di $86184^{11}$: ſe ſi cerca in ordine a $86399$, a $86184$, e al tempo ſidereo di $7^{or.}.\ 46^{1}.\ 39^{11}$ il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà il tempo vero, in cui la ſtella nella rivoluzione diurna deſcrive l' arco ſemidiurno IK (§ 34c); che, fatto il calcolo, ſi trova eſſere di $7^{or.}.\ 45^{1}.\ 29^{11}$.

4. Dal tempo $9^{or}.\ 15^{1}.\ 18^{1}$, in cui la ſtella paſſa pel meridiano nel dì 12 di Maggio, ſi ſottragga il tempo trovato di $7^{or.}.\ 45^{1}.\ 29^{11}$, il reſiduo di $1^{or.}.\ 29^{1}.\ 49^{11}$ dinota che la ſtella naſce nel detto giorno dopo il mezzodì a $1^{or.}.\ 29^{1}.\ 49^{11}$.

5. Finalmente all'iſteſſo tempo $9^{or.}.\ 15^{1}.\ 18^{11}$ s'aggiunga il tempo trovato di $7^{or.}.\ 45^{1}.\ 29^{11}$, la ſomma di $17^{or.}.\ 00^{1}.\ 47^{11}$ dinota che l' iſteſſa ſtella tramonta nel medeſimo giorno dopo il mezzodì a $17^{or.}.\ 00^{1}.\ 47^{11}$, o dopo la mezza notte ſeguente a $5^{or.}.\ 00^{1}.\ 47^{11}$.

Ch' è quanto biſognava determinare.

## AVVERTIMENTO I.

383. Si noti che ſe nel triangolo IPZ, calcolato l' angolo orario IPZ, e conſeguentemente l' arco ſemidiurno IK, ſi calcola l' angolo IZP; ſi fa noto l' azzimutto IO, e nota conſeguentemente l' amplitudine IL.

## AVVERTIMENTO II.

384. Si noti pure che ſi può calcolare l'angolo IPZ, e conſeguentemente l'arco ſemidiurno della ſtella, con ſupporre IZ = 90°, ſenza ſupporlo accreſciuto della refrazione orizzontale della luce: però l'arco ſemidiurno, determinato in tal modo, rieſce alquanto difettoſo; onde, per renderlo eſatto, fa meſtieri accreſcerlo di tanto, di quanto ſi viene a variare la miſura dell'angolo IPZ per la variazione, che ſoffre l'arco IZ a cagione della detta refrazione. Or nel triangolo IPZ, con reſtare coſtanti i lati IP, PZ, e variarſi il lato IZ, pel § 141 *della Trig. sfer.* ſi ha, poſto il ſeno maſſimo = R, la ſeguente proporzione, cioè *var.* IZ : *var.* IPZ = $\sqrt{(\textit{sen.}\ \mathrm{IP})^2 - (\textit{cos.}\ \mathrm{PZ})^2} : \mathrm{R}$. Sicchè

$$\textit{var.}\ \mathrm{IPZ} = \frac{\mathrm{R} \times \textit{var.}\ \mathrm{IZ}}{\sqrt{(\textit{sen.}\ \mathrm{IP})^2 - (\textit{cos.}\ \mathrm{PZ})^2}}$$

E perciò contraſſegnando la declinazione della ſtella con *decl.* S, e la latitudine del luogo con *lat.* L, ſarà

$$\textit{var.}\ \mathrm{IPZ} = \frac{\mathrm{R} \times \textit{var.}\ \mathrm{IZ}}{\sqrt{(\textit{cos.}\ \mathrm{decl.\ S})^2 - (\textit{sen.}\ \mathrm{lat.\ L})^2}};$$

e conſeguentemente, poſta *var.* IZ = 33', quant'

quant' è la refrazione orizzontale della luce, ſarà

$$var.\ IPZ = \frac{R \times 33'}{\sqrt{(cof.\ decl.\ S)^2 - (ſen.\ lat.\ L)^2}},$$

Con tale formola ſi può ſempre calcolare l' accreſcimento, che cagiona la refrazione orizzontale della luce all' arco ſemidiurno di qualunque ſtella, e conſeguentemente ſi può calcolare di quanto va accreſciuto per la detta refrazione l'arco ſemidiurno di qualunque ſtella, determinato ſenza aver riguardo alla medeſima detta refrazione.

## COROLLARIO I.

385. Eſſendo $var.\ IPZ = \frac{R \times 33'}{\sqrt{(cof.\ decl.\ S)^2 - (ſen.\ lat.\ L)^2}}$; ſarà l'accreſcimento, che la refrazione orizzontale della luce cagiona agli archi ſemidiurni delle ſtelle relativamente al medeſimo luogo della terra, maggiore per riſpetto d'una ſtella di declinazione maggiore, e minore per riſpetto d' una ſtella di declinazione minore: anzi ſarà il minimo, ſe la ſtella ſarà nell' equatore celeſte, ed il maſſimo, o ſia infinito, ſe la declinazione della ſtella uguaglierà il complimento agli gr. 90 della latitudine del luogo; nel qual caſo la ſtella non tra-

monta mai per riſpetto di tale luogo.

## COROLLARIO II.

386. Se il luogo terreſtre è nell' equatore, il detto accreſcimento è il minimo di tutti, qualora la ſtella è nell' equatore celeſte; ed in tale caſo ſi fa *var.* IPZ = $\frac{R \times 33'}{\sqrt{R^2}} = 33'$; vale a dire che l'accreſcimento, che cagiona agli archi ſemidiurni delle ſtelle la refrazione della luce, non può eſſere mai minore di 33', e conſeguentemente non mai minore di quello, che una ſtella deſcrive nel tempo ſidereo di $2' \frac{2}{5}$.

## AVVERTIMENTO III.

387. Si noti di vantaggio che ſe nel triangolo IGL, rettangolo in G, nota la declinazione IG della ſtella, e nota l'obbliquità ILG dell' equatore, ſi determina la differenza aſcenſionale LG; eſſendo noto ſempre l'arco LE di gr. 90, ſi farà noto l'arco GE, e conſeguentemente l'arco ſemidiurno della ſtella: però tale arco, determinato ſenza aver riguardo alla refrazione della luce, deve eſſere accreſciuto della miſura, che l'accreſce la detta refrazione, e che ſi può coll'ajuto dell'antecedente formola determinare.

PRO-

## PROBL. LI.

388. *Determinare per qualunque dato giorno l'arco ſemidiurno del Sole sì della mattina, che della ſera, e 'l tempo vero tanto del ſuo naſcere, quanto del ſuo tramontare.*

### SOLUZIONE.

Sieſi da determinare pel 12 di Maggio del corrente anno 1782 relativamente a Napoli l'arco ſemidiurno del Sole sì della mattina, che della ſera, e'l tempo vero tanto del ſuo naſcere, quanto del ſuo tramontare.

Si ſupponga la preparazione del probl. 49. Eſſendo la declinazione del Sole nel mezzodì del detto giorno ſettentrionale, e di 18°. 14', e la latitudine di Napoli di 40° . 50'. 15''; ſuppoſto avere il Sole e nel naſcere, e nel tramontare l'iſteſſa declinazione di 18°. 14'; ſaranno IZ = 90°. 32'. 51'' (§ 377), IP = 71°. 46', e PZ = 49°. 9'. 45''.

1. Nel triangolo IPZ, noti tutt'i lati, ſi determini l'angolo ſferico IPZ; ſi farà noto l'arco ſemidiurno, e conſeguentemente l'arco GE dell'equatore; che, fatto il calcolo, ſi trova eſſere di 107°. 20'. 20''.

2. Si riduca tale arco in tempo ſolare nella ragione di gr. 15 a ora; s'avrà il tempo ſolare di 7^or. . 9'. 21''. Or tale tem-

tempo determinato non può con esattezza dinotare nè quanto prima del mezzodì nasce il Sole, nè quanto dopo il mezzodì tramonta nel detto giorno, essendosi adoperata la declinazione, che ha il Sole nel mezzodì, e non quella, che ha nel nascere, o nel tramontare.

## *Per correggere l' arco semidiurno della mattina, e'l tempo del nascere.*

3. Si cerchi di quanto s' accresce la declinazione del Sole dal mezzodì del giorno 11 fino al mezzodì del 12; e, trovato tale accrescimento di $15^{1}$, si cerchi il quarto proporzionale in ordine a $24^{or.}$, al tempo di $7^{or.}.\ 9^{1}.\ 21^{11}$, e all' accrescimento di $15^{1}$ della declinazione; darà tale quarto proporzionale, ch'è di $4^{1}.\ 28^{11}$, l' accrescimento della declinazione in $7^{or.}.\ 9^{1}.\ 21^{11}$. Onde la declinazione del Sole nel nascere si deve prendere pel detto giorno non di $18^{o}.\ 14^{1}$, ma di $18^{o}.\ 9^{1}.\ 32^{11}$; e conseguentemente si deve prendere IP $= 71^{o}.\ 50^{1}.\ 28^{11}$.

4. Nel triangolo IPZ, essendo IZ $= 90^{o}.\ 32^{1}.\ 51^{11}$, IP $= 71^{o}.\ 50^{1}.\ 28^{11}$, e PZ $= 49^{o}.\ 9^{1}.\ 45^{11}$, si determini un'altra volta

ta l'angolo sferico IPZ; si farà noto l'arco semidiurno cercato della mattina; che, fatto il calcolo, si trova essere di 107°. 15'. 50''.

5. Si riduca tale arco determinato in tempo solare alla ragione di gr. 15 a ora; s'avrà il tempo solare di 7or. 9'. 3'', che dinota nascere il Sole nel 12 di Maggio prima del mezzodì per 7or. 9'. 3'', vale a dire nel tempo di 4or. 50'. 57'' della mattina.

## *Per correggere l'arco semidiurno della sera, e'l tempo del tramontare.*

*6.* Si cerchi di quanto s'accresce la declinazione del Sole dal mezzodì del 12 fino al mezzodì del 13; e, trovato tale accrescimento pure di 15', si cerchi il quarto proporzionale in ordine a 24or., al tempo di 7or. 9'. 21'', e all'accrescimento di 15' della declinazione; darà tale quarto proporzionale, ch'è di 4'. 28'', l'accrescimento della declinazione in 7or. 9'. 21''. Onde la declinazione del Sole nel tramontare si deve prendere pel detto giorno non di 18°. 14', ma di 18°. 18', 28''; e conseguentemente si deve prendere IP = 71°. 41'. 32''.

7. Nel

7. Nel triangolo IPZ, essendo IZ = 90° 32′. 51″, IP = 71°. 41′. 32″, e PL = 49°. 9′. 45″, si determini di nuovo l' angolo sferico IPZ ; si farà noto l' arco semidiurno cercato della sera ; che , fatto il calcolo, si trova essere di 107°. 24′. 48″.

8. Si riduca finalmente tale arco determinato in tempo solare alla ragione di gr. 15 a ora ; s' avrà il tempo solare di 7or. . 9′. 39″, che dinota tramontare il Sole nel 12 di Maggio dopo il mezzodì a 7or. . 9′. 39″.

Ch' è quanto bisognava determinare.

## COROLLARIO I.

389. Quindi nel 12 di Maggio del corrente anno 1782 l' arco semidiurno del Sole è più lungo la sera , che la mattina di 8′. 58″, e 'l mezzodì di 36″ s'avvicina più al momento del nascere , che a quello del tramontare.

## AVVERTIMENTO I.

390. Si noti che se nel triangolo IPZ , calcolato con esattezza l' angolo orario IPZ, e conseguentemente l' arco semidiurno IK , si calcola l' angolo IZP , si fa noto l' azzimutto IO, e nota conseguentemente l' amplitudine IL.

AV-

## AVVRTIMENTO II.

391. Si noti pure che relativamente al Sole ſi può anche calcolare l' arco ſemidiurno e della mattina, e della ſera, ſenz' aver riguardo alla refrazione della luce, e alla parallaſſe orizzontale; e ciò o con ſupporre nel triangolo IPZ l'arco IZ = 90°, o con determinare nel triangolo IGL la differenza aſcenſionale GL: però in ambi due i detti modi conviene prima determinare un arco ſemidiurno, con ſupporre la declinazione, che ha il Sole a mezzodì, e poſcia ripeterne le calcolazioni con determinare, e adoperare le declinazioni, che ha il Sole e nel naſcere, e nel tramontare, ſecondo s' è praticato. Gli archi intanto ſemidiurni della mattina, e della ſera, così determinati, hanno biſogno di certi accreſcimenti per l' effetto combinato della refrazione della luce, e della parallaſſe orizzontale dell' iſteſſo Sole; e tali accreſcimenti ſi poſſono calcolare colla medeſima formola trovata nel § 383 relativamente alle ſtelle; con prendere in eſſa *var.* IZ non di $33^{1}$, ma di $32^{1}.51^{11}$, quant' è l' accreſcimento, che riceve l' arco IZ di 90° dalla refrazione della luce combinata colla parallaſſe orizzontale del Sole, e con ſupporre *decl.* S contraſſegnare la declinazione del Sole; talchè tale formola relativamente al Sole è *var.* IPZ =

$$\frac{R \times 32' \cdot 51''}{\sqrt{(\cos. \text{decl. } S)^2 - (\sin. \text{lat. } L)^2}}.$$

## COROLLARIO II.

392. Essendo anche relativamente al Sole

$$\text{var. IPZ} = \frac{R \times 32' \cdot 51''}{\sqrt{(\cos. \text{dec. } S)^2 - (\sin. \text{lat. } L,)^2}}:$$

è chiaro che gli accrescimenti, che ricevono gli archi semidiurni del Sole dalla refrazione della luce, e dalla parallasse orizzontale relativamente all' istesso luogo terrestre, sono maggiori, se la declinazione del Sole si fa maggiore, e minori, se la declinazione si fa minore; che sono minimi negli equinozj, e massimi ne' solstizj; e che divengono infiniti relativamente a que' luoghi, che hanno una latitudine uguale al complimento della massima declinazione del Sole agli gr. 90; e divengono tali nel giorno, in cui il detto complimento di declinazione uguaglia la latitudine del luogo; nel qual giorno il Sole incomincia a non tramontare per rispetto di tale luogo.

## COROLLARIO III.

393. Se il luogo terrestre è nell' equatore, il detto accrescimento è il minimo di tut-

tutti negli equinozj ; ed in tal caso si fa

$$var.\ IPZ = \frac{R \times 32^{1}.\ 51^{11}}{\sqrt{R^{2}}} = 32^{1}.$$

$51^{11}$; vale a dire che l'accrescimento , che cagiona agli archi semidiurni del Sole la refrazione della luce , e la parallasse orizzontale dell'istesso Sole , non può essere mai minore di $32^{1}.\ 51^{11}$ , e conseguentemente non mai minore di quello , che il medesimo Sole descrive nel tempo solare di $2^{1}.\ 11^{11}\ \frac{2}{5}$.

## AVVERTIMENTO III.

394. Chiunque ha compreso quanto fin qui s'è insegnato, può relativamente a qualunque dato giorno con facilità non solamente calcolare gli archi semidiurni, e i tempi del nascere, e del tramontare e delle stelle, e del Sole, ma di qualsisia altro corpo celeste. Intanto, per maggiore chiarezza, mi piace di soggiugnere le calcolazioni di sì fatte cose relativamente alla Luna, ch'è de' corpi celesti quello , che ha parallasse orizzontale massima, e che ha una giornaliera variazione di declinazione assai considerevole. Perciò soggiugniamo il seguente

PRO-

## PROBL. LII.

395. *Determinare per qualunque dato giorno l' arco ſemidiurno, per cui la Luna appariſce muoverſi e prima, e dopo il paſſaggio pel meridiano, e'l tempo vero tanto del ſuo naſcere, quanto del ſuo tramontare.*

### SOLUZIONE.

Sieſi da determinare per qualunque dato giorno G relativamente a Napoli l' arco ſemidiurno, per cui appariſce procedere la Luna e prima, e dopo il paſſaggio pel meridiano, e'l tempo vero tanto del ſuo naſcere, quanto del ſuo tramontare.

Si ſupponga la preparazione iſteſſa del probl. 49. Sieno pel giorno G della Luna il paſſaggio pel meridiano a $5^{or.}.\ 2^{1}.\ 37^{11}$ dopo il mezzodì, la declinazione a mezzodì ſettentrionale di $23°.\ 45^{1}$, e la parallaſſe orizzontale di $55^{1}$. Eſſendo la latitudine di Napoli di $40°.\ 50^{1}.\ 15^{11}$, e la refrazione orizzontale di $33^{1}$; faranno, ſuppoſto avere la Luna la declinazione di $23°.\ 45_{1}$ e nel naſcere, e nel tramontare, $IZ = 89°.\ 38^{1}$ $IP = 66°.\ 15^{1}$, e $PZ = 49°.\ 9^{1}.\ 45^{11}$.

1. Nel triangolo IPZ, noti tutt'i lati, ſi determini l'angolo ſferico IPZ; ſi farà noto l'arco ſemidiurno, e conſeguentemente l'arco GE dell'equatore; che, fatto il calcolo, ſi tro-

trova essere di 111°. 46'. 52''.

2. Sieno i passaggi pel meridiano della Luna nel giorno innanzi dopo il mezzodì a 4or. 11'. 37'', e nel giorno dopo a 5or. 52'. 37''. Dunque la Luna dal mezzodì del giorno innanzi fino al mezzodì del giorno G impiega il tempo solare di 24or. 51', e dal mezzodì del giorno G fino al mezzodì del giorno appresso impiega il tempo solare di 24or. 50'. Si cerchino due quarti proporzionali, uno in ordine a 360°, a 111°. 46'. 52', e a 24or. 51', e l'altro in ordine a 360°, a 111°. 46'. 52'', e a 24or. 50', il primo, ch'è di 7or. 42'. 57'', darebbe quanto prima del passaggio pel meridiano la Luna nasce, se la declinazione adoperata fosse quella, che la Luna ha in tale giorno nel nascere, e'l secondo, ch'è di 7or. 42'. 38'', darebbe quanto dopo del detto passaggio la Luna tramonta, se la declinazione adoperata fosse quella, che ha nel tramontare. E perciò, se la Luna nel detto giorno avesse nel nascere la declinazione adoperata, nascerebbe ella prima del mezzodì di 2or. 40'. 20''; e, se avesse nel tramontare la medesima declinazione, tramonterebbe dopo il mezzodì di 12or. 45'. 34''.

*Per correggere l' arco ſemidiurno, per cui appariſce muoverſi la Luna prima del paſſaggio pel meridiano, e 'l tempo del naſcere.*

3. Si cerchi di quanto s' accreſce, o ſi diminuiſce la declinazione della Luna dal mezzodì del giorno innanzi fino al mezzodì del giorno G; e, trovato che ſi diminuiſce di $2^{o}.\ 55^{\prime}$, ſi cerchi il quarto proporzionale in ordine a $24^{or.}.\ 51^{\prime}$, a $2^{or.}.\ 40^{\prime}.\ 20^{\prime\prime}$, e a $2^{o}.\ 55^{\prime}$; darà tale quarto proporzionale, ch' è di $18^{\prime}.\ 49^{\prime\prime}$, di quanto la declinazione della Luna ſi deve prendere maggiore di $23^{o}.\ 45^{\prime}$ pel momento del ſuo naſcere. E perciò la detta declinazione nel naſcere della Luna pel detto giorno G ſi deve prendere di $24^{o}.\ 3^{\prime}.\ 49^{\prime\prime}$, e conſeguentemente ſi deve prendere IP $= 65^{o}.\ 56^{\prime}.\ 11^{\prime\prime}$.

4. Nel triangolo IPZ, eſſendo IZ $= 89^{o}\ 38^{\prime}$, IP $= 65^{o}.\ 56^{\prime}.\ 11^{\prime\prime}$, e PZ $= 49^{o}.\ 9^{\prime}.\ 45^{\prime\prime}$, ſi determini un' altra volta l' angolo ſferico IPZ; ſi farà noto l' arco ſemidiurno della mattina; che, fatto il calcolo, ſi trova eſſere di $112^{o}.\ 7^{\prime}.\ 44^{\prime\prime}$.

5. Si

5. Si cerchi finalmente il quarto proporzionale in ordine a 360°, a 112°. 7'. 44'', e a 24or. 51' ; tale quarto proporzionale, ch' è di 7or. 44'. 24'', dinoterà nascere la Luna nel giorno G per 7or. 44'. 24'' prima del suo passaggio pel meridiano, e conseguentemente per 2or. 41'. 47'' prima del mezzodì, o sia a 9or. 18'. 13'' della mattina.

## *Per correggere l' arco semidiurno, per cui apparisce muoversi la Luna dopo il passaggio pel meridiano, e 'l tempo del tramontare.*

6. Si cerchi di quanto s'accresce, o diminuisce la declinazione della Luna dal mezzodì del giorno G fino al mezzodì del giorno appresso; e, trovato che si diminuisce di 4°. 5', si cerchi il quarto proporzionale in ordine a 24or. 50', a 12or. 45'. 34'', e a 4°. 5' ; darà tale quarto proporzionale, ch' è di 2°. 5'. 52'', di quanto la declinazione della Luna si deve prendere minore di 23°. 45'' pel momento del suo tramontare. E perciò la declinazione della Luna nel tramontare pel detto giorno G si de-

deve prendere di 21°. 39'. 8''; e conſeguentemente ſi deve prendere IP = 68°. 20'. 52''.

7. Nel triangolo IPZ, eſſendo IZ = 89°. 38', IP = 68°. 20'. 52'', e PZ = 49°. 9'. 45'', ſi determini di nuovo l'angolo IPZ; ſi farà noto l'arco ſemidiurno della ſera; che, fatto il calcolo, ſi trova eſſere di 109°. 30'. 46''.

8. Si cerchi finalmente in ordine a 360°, a 109°. 30'. 46'', e a 24or.. 50' il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale, ch'è di 7or.. 33'. 15'', dinoterà tramontare la Luna nel giorno G per 7or.. 33'. 15'' dopo il ſuo paſſaggio pel meridiano, e conſeguentemente a 12or.. 35'. 52'' dopo il mezzogiorno, o ſia a 35'. 52'' dopo la mezza notte.

Ch'è quanto biſognava determinare.

## COROLLARIO.

396. Quindi nel dato giorno ſecondo l'addotto eſempio la Luna deve apparire prima del paſſaggio pel meridiano correre un' arco ſemidiurno di 2°. 36'. 58'' più lungo che dopo, e deve il momento del paſſaggio pel meridiano eſſere di 11'. 9'' più lontano dal momento del naſcere, che da quello del tramontare.

## AVVERTIMENTO.

397. Quanto s' è esposto fin qui è più che sufficiente a guidare chicchessia a determinare e gli archi semidiurni, e i tempi del nascere, e tramontare di qualunque altro corpo celeste, qualora si hanno tutt'i dati necessarj per sì fatte determinazioni. Intanto procediamo al seguente

# CAP. XX.

## *De' modi di calcolare l' ora solare vera per mezzo d'un' altezza del Sole, o di qualsisia stella.*

### PROBL. LIII.

398. *Calcolare relativamente a qualunque dato giorno, e a qualunque luogo di nota latitudine l' ora solare, in cui s' è misurata l' altezza, che ha in tale momento il Sole.*

### SOLUZIONE.

Sia da calcolare per Napoli l' ora solare vera, in cui s'è nel 28 di Maggio del cor-

rente anno 1782 misurata l'altezza del lembo superiore del Sole di 12°.

Contrassegnino per rispetto di Napoli Fig. 32 HZQ il meridiano celeste, HO l' orizzonte razionale, EQ l'equatore, P il polo settentrionale, Z il zenit, ed S il centro del Sole nel momento, che n' è stata misurata l' altezza del lembo superiore. Per S s' intendano menati gli archi ZA, e PB de'cerchi d' altezza, e di declinazione, procedenti per S.

1. Si determinino la parallasse solare corrispondente all'altezza di 12°, e la refrazione della luce conveniente alla medesima altezza, e allo stato dell' atmosfera nel tempo dell' osservazione, e sieno la prima di $8^{11}.8$, e la seconda di $4^{1}.14^{11}$; e agli gr. 12 s' aggiunga la parallasse, e dalla somma se ne sottragga la refrazione; s' avrà l' altezza del lembo superiore del Sole di $11°.55^{1}.54^{11}.8$ corretta e dalla parallasse, e dalla refrazione.

2. Da tale altezza corretta si sottragga il semidiametro del Sole, che pel 28 di Maggio si trova essere di $15^{1}.47^{11}\frac{1}{2}$; s'avrà l' altezza del centro del Sole, o sia AS $= 11°.40^{1}.7^{11}.3$, e conseguentemente SZ $= 78°.19^{1}.52^{11}.7$.

3. Si cerchi coll' ajuto d' Efemeridi la declinazione del Sole nel mezzodì in Napoli del giorno 28 di Maggio; è, trovata essere di $21°.31^{1}.56^{11}$, si supponga tale decli-

clinazione avere avuto il Sole nel momento, in cui col ſuo centro s'è oſſervato in S. Sarà SP = 68°. 28'. 4''.

4. Eſſendo la latitudine di Napoli di 40°. 50'. 15''; ſarà PZ = 49°. 9'. 45''.

5. Nel triangolo SPZ, noti tutt'i lati, ſi determini l'angolo ſferico SPZ; sì farà noto l'arco BE dell'equatore; che, fatto il calcolo, ſi trova eſſere di 93°. 4'. 28''.

6. Si riduca tale arco in tempo ſolare alla ragione di gr. 15 a ora; s'avrà il tempo ſolare di 6or. 12'. 17''. Or tale tempo determinato non può con eſattezza dinotare ne'quanto prima del mezzodì s'è miſurata l'altezza del lembo ſuperiore del Sole, ſe s'è miſurata dal lato d'oriente, nè quanto dopo, ſe s'è miſurata dal lato d'occidente; eſſendoſi adoperata la declinazione, che ha il Sole nel mezzodì, e non nel momento dell'oſſervazione.

## *Per correggere sì fatto tempo nel caſo, che la detta altezza s'è miſurata dal lato d'oriente.*

7. Si cerchi di quanto s'accreſce la declinazione del Sole dal mezzodì del 27 fino al

mezzodì del 28 di Maggio; e, trovato tale accreſcimento di $9^{1}$, ſi cerchi il quarto proporzionale in ordine a $24^{or.}$, al tempo di $6^{or.}.\ 12^{1}.\ 17^{11}$, e all'accreſcimento di $9^{1}$ della declinazione; darà tale quarto proporzionale, ch'è di $2^{1}.\ 19^{11}$, l'accreſcimento della declinazione del Sole in $6^{or.}.\ 12^{1}.\ 17^{11}$. Onde la declinazione BS del Sole ſi deve prendere non di $21^{o}.\ 31^{1}.\ 56^{11}$, ma di $21^{o}.\ 29^{1}.\ 37^{11}$, e conſeguentemente ſi deve prendere SP $= 68^{o}.\ 30^{1}.\ 23^{11}$.

8. Nel triangolo SPZ, eſſendo SZ $= 78^{o}.\ 19^{1}.\ 52^{11}.\ 7$, SP $= 68^{o}.\ 30^{1}.\ 23^{11}$, e PZ $= 49^{o}.\ 9^{1}.\ 45^{11}$, ſi determini un' altra volta l' angolo ſferico SPZ; ſi farà noto l'arco BE dell' equatore; che, fatto il calcolo, ſi trova eſſere di $93^{o}.\ 2^{1}.\ 26^{11}$.

9. Si riduca tale arco determinato in tempo ſolare alla ragione di gr. 15 a ora, s'avrà il tempo ſolare di $6^{or.}.\ 12^{1}.\ 9^{11}$, che dinota quanto tempo prima del mezzodì s'è miſurata dal lato d' oriente l'altezza del lembo ſuperiore del Sole. E perciò l' ora cercata in tale caſo è $5^{or.}.\ 47^{1}.\ 51^{11}$ della mattina.

*Per correggere l'istesso tempo nel caso, che la detta altezza s'è misurata dal lato d'occidente.*

10. Si cerchi di quanto s'accresce la declinazione del Sole dal mezzodì del 28 fino al mezzodì del 29; e, trovato tale accrescimento di $10^{I}$, si cerchi il quarto proporzionale in ordine a $24^{or.}$, al tempo di $6^{or.}. 12^{I}. 17^{II}$, e all'accrescimento di $10^{I}$ della declinazione; darà tale quarto proporzionale, ch'è di $2^{I}. 35^{II}$ l'accrescimento della declinazione del Sole in $6^{or.}. 12^{I}. 17^{II}$. Onde la declinazione BS del Sole si deve prendere in tale caso non di $21^{\circ}. 31^{I}. 56^{II}$, ma di $21^{\circ}. 34^{I}. 31^{II}$, e conseguentemente si deve prendere SP $= 68^{\circ}. 25^{I}. 29^{II}$.

11. Nel triangolo SPZ, essendo SZ $= 78^{\circ}. 19^{I}. 52^{II}. 7$, SP $= 68^{\circ}. 25^{I}. 29^{II}$, e PZ $= 49^{\circ}. 9^{I}. 45^{II}$, si determini di nuovo l'angolo SPZ; si farà noto l'arco BE dell'equatore; che, fatto il calcolo, si trova essere di $93^{\circ}. 6^{I}. 46^{II}$.

12. Si riduca finalmente l'arco determinato in tempo solare alla ragione di gr. 15 a ora; s'avrà il tempo solare di $6^{or.}. 12^{I}. 27^{II}$,

$27^{11}$, che dinota quanto tempo dopo il mezzodì s' è misurata dal lato d' occidente l' altezza del lembo superiore del Sole. E perciò l'ora cercata in tale caso è $6^{or.}$. $12^{1}$. $27^{11}$ della sera.

Ch' è quanto bisognava determinare.

## AVVERTIMENTO.

399. Si noti che, determinata con esattezza la declinazione BS del Sole pel momento, in cui s' è misurata l' altezza del suo lembo superiore, e conseguentemente conosciute le giuste misure di tutt' i lati del triangolo SPZ, si possono calcolare anche l'angolo azzimuttale PZS, e l'angolo parallattico PSZ. Ed ecco in che modo per qualunque data altezza del Sole si possono determinare l'azzimutto corrispondente, e 'l corrispondente angolo parallattico.

## PROBL. LIV.

400. *Calcolare relativamente a qualunque dato giorno, e a qualunque luogo di nota latitudine l' ora solare, in cui s' è misurata l' altezza, che ha in tale momento una stella.*

### SOLUZIONE.

Contrassegnino relativamente al luogo, in cui s' è misurata l'altezza della stella, o sia il

il luogo dell' oſſervazione, HZQ il meridiano celeſte, EQ l' equatore, P il polo viſibile, Z il zenit, ed S il ſito della ſtella nel momento dell' oſſervazione. Per S s' intendano paſſare gli archi ZA, PB de' cerchi di altezza, e di declinazione, procedenti per S.

1. Si corregga della refrazione della luce l' altezza miſurata della ſtella, e ſi determini coll' ajuto d' Efemeridi la declinazione, che compete a tale ſtella nel giorno dell' oſſervazione. Si faranno noti gli archi AS, BS, e conſeguentemente gli archi SZ, SP; come ſi fa noto anche l' arco PZ, complimento all'arco di quadrante della latitudine del detto luogo.

2. Nel triangolo SPZ, noti tutt' i lati, coll' ajuto della Trig. sfer. ſi determini l'angolo orario SPZ. Si farà noto l' arco BE dell' equatore.

3. Si riduca tale arco determinato in tempo ſidereo nella ragione di gr. 15 a ora, e sì fatto tempo ſidereo ſi traſmuti in tempo ſolare vero del modo inſegnato nel (§340); s' avrà il tempo ſolare vero, in cui la ſtella procede da S al meridiano, o dal meridiano ad S, ſecondochè ſi trova nel momento dell' oſſervazione o nell'emiſfero orientale, o nell' emiſfero occidentale.

4. Si determini finalmente il tempo ſolare vero del paſſaggio dell' iſteſſa ſtella pe meridiano (§356); coll'ajuto di tale tem-

po ſi farà noto relativamente al mezzodì vero il tempo, in cui la ſtella ſ è oſſervata in S dal lato d'oriente, o dal lato d' occidente, e conſeguentemente ſi farà nota l'ora vera cercata.

Ch' è ciò, che biſognava determinare.

## COROLLARIO.

401. Quindi la determinazione dell' ora ſolare vera per mezzo dell' altezza d' una ſtella ſuppone la determinazione dell'ora ſolare vera del paſſaggio dell' iſteſſa ſtella pel meridiano.

## AVVERTIMENTO I.

402. Se con anticipazione ſi determina l' ora ſolare, in cui in un giorno deve il Sole, o una ſtella naſcere, o eſſere a una data altezza, o pure tramontare; e in sì fatto giorno poi ſi nota il tempo, che dimoſtra un orologio nel momento, in cui s' oſſerva il Sole, o la ſtella naſcere, o eſſere alla data altezza, o pure tramontare; ſi viene in tal modo a conoſcere, ſe l'orologio va regolato sì, o no col moto del Sole, e, ſe non va regolato, di quanto n'è l' errore. A tali ajuti ricorrono ſpeſſo i naviganti pel regolamento de' loro orologj.

AV-

## AVVERTIMENTO II.

403. Si noti che ſi può l'ora ſolare determinare pure coll'ajuto d'una ſtella oſſervata nel verticale d'un'altra. Contraſſegnino d'un luogo terreſtre HZQ il meridianó celeſte, HO l'orizzonte razionale, EQ l'equatore, P il polo ſettentrionale, Z il zenit, ed S, e T due ſtelle, che s'oſſervano in un' iſteſſo momento nel medeſimo verticale AZ. S'intendano per S, e T menati gli archi PB, PC de' cerchi di declinazione, procedenti per S, e T. Ecco in che modo ſi può l'ora ſolare determinare.

1. Si cerchino pel tempo, in cui s'oſſervano tali ſtelle nel verticale ZA, le aſcenſioni rette delle medeſime ſtelle, e le declinazioni. La differenza di sì fatte aſcenſioni rette renderà noto l'arco CB dell'equatore, e conſeguentemente l'angolo SPT; e le declinazioni renderanno noti gli archi BS, CT, e conſeguentemente gli archi SP, TP.

2. Nel triangolo SPT, noti gli archi SP, TP, e l'angolo compreſo SPT, ſi determini l'angolo PST.

3. Nel triangolo ZPS, noto l'arco PZ, complimento all'arco del quadrante della latitudine del luogo, e noti l'arco PS, e l'angolo PSZ, ſi determini l'angolo orario SPZ della ſtella S, e conſeguentemente l'arco BE dell'equatore; ſi farà noto pure l'angolo

golo orario TPZ della ſtella T, e conſeguentemente l'arco CE dell'equatore.

4. Coll'ajuto dell'arco BE relativamente alla ſtella S, o dell'arco CE relativamente alla ſtella T ſi determini il tempo ſidereo, in cui S, o T giugne da S, o da T al meridiano, e tale tempo ſidereo ſi trasformi nel tempo ſolare corriſpondente (§ 340).

5. Finalmente ſi determini il tempo ſolare del paſſaggio pel meridiano della ſtella S, o T, e coll'ajuto di tale tempo ſi rilevi relativamente al mezzodì l'ora ſolare vera, in cui la ſtella S, o T è ſtata nel verticale ZA; ſarà tale ora l'ora ſolare vera, in cui ambedue le ſtelle ſi ſono oſſervate nel medeſimo verticale ZA.

## AVVERTIMENTO III.

404. Se un'orologio nel momento dell'oſſervazione notava l'ora del detto modo determinata, ſi conclude allora che l'orologio va col moto del Sole; altrimenti va errato, e ſe ne conoſce in sì fatta guiſa l'errore.

## AVVERTIMENTO IV.

405. Si conoſce I° che due ſtelle ſono giunte a un'iſteſſo verticale, ſe appariſcono ambedue nella direzione del piano verticale pro-

procedente per un ſottil filo, tenuto a piombo a qualche diſtanza dall'occhio. IIº Che due ſtelle in ogni rivoluzione diurna paſſano relativamente a un luogo per un' iſteſſo verticale, ſe, ſegnate ſulla ſuperficie d'un globo celeſte artifiziale le periferie di due cerchi, cioè la periferia del parallelo, che paſſa pel zenit del luogo, e la periferia del cerchio maſſimo, che paſſa per le due ſtelle, tali periferie s' interſecano, o ſi toccano: perchè come in ogni rivoluzione diurna la prima delle dette periferie ſcorre pel zenit del luogo; così, quando vi giugne al zenit il punto dell' interſecazione, o del contatto d'ambedue, deve paſſare per l'iſteſſo zenit anche l'altra periferia. Onde in tale momento il cerchio maſſimo, procedente per le due ſtelle, ſi fa cerchio verticale, e conſeguentemente le due ſtelle ſi trovano in un iſteſſo verticale. IIIº Che due ſtelle, che in ogni rivoluzione diurna paſſano per un' iſteſſo verticale relativamente a un luogo, appariſcono paſſarvi da tale luogo in una determinata notte, ſe ſi trova coll' ajuto del medeſimo detto globo paſſare in qualche ora di tale notte pel zenit il punto d'interſecazione, o di contatto delle due dette periferie; e ſi trova nel tempo iſteſſo da tale punto niuna delle due ſtelle più diſtante di gr. 90; altrimenti nel momento del paſſaggio pel medeſimo verticale di tali ſtelle relativamente al luogo, una di eſſe al-

me-

meno ſi trova ſotto l' orizzonte.

## AVVERTIMENTO V.

406. Si noti finalmente che ogni ſtella, che non tramonta per riſpetto d' un luogo, deve in ogni rivoluzione diurna relativamente a tale luogo trovarſi due volte colla ſtella polare nel medeſimo verticale; e tale verticale deve eſſere il meridiano del luogo relativamente a quella delle dette ſtelle, la cui aſcenſione retta differiſce dall' aſcenſione retta della polare di gr. 180; perchè nel momento che la ſtella polare ſi trova nel detto meridiano al di ſopra del polo, l' altra ſtella ſi deve trovare nell' iſteſſo meridiano al di ſotto, e all' oppoſto; e deve eſſere diverſo dal medeſimo meridiano relativamente a ogni altra delle dette ſtelle, che differiſce in aſcenſione retta dalla polare d' un arco minore, o maggiore di gr. 180. Intanto come la polare appariſce deſcrivere intorno al polo un parallelo aſſai picciolo; così ognuna delle dette ſtelle, che in ogni rivoluzione diurna ſi trova due volte nel medeſimo verticale colla polare, e verticale diverſo dal meridiano del luogo, ſi deve trovare colla polare nell'iſteſſo verticale poco tempo prima, o dopo del ſuo paſſaggio pel meridiano. Per determinare quanto tempo prima, o dopo il paſſaggio pel meridiano del luogo una delle dette ſtelle deve paſſare

pel

pel medeſimo verticale colla polare, ecco in Fig. 33
che modo ſi deve procedere. Contraſſegnino, per riſpetto di Napoli per eſempio, P il polo ſettentrionale, ZL il meridiano celeſte, Z il zenit, ABCD il picciolo parallelo, che appariſce in ogni rivoluzione diurna deſcrivere la polare, EFGH il parallelo, che nella medeſima rivoluzione appariſce deſcrivere una della dette ſtelle, e ZE, ZH i due verticali, ne' quali l'iſteſſa ſtella in ogni rivoluzione diurna vi paſſa colla polare. S'intenda la rivoluzione diurna farſi nella direzione di EFGH, e s' intendano eſſere PE, PA, PB, PF, PG, PC, PD, PH gli archi de' cerchi di declinazioni procedenti per E, A, B, F, G, C, D, H. Nel paſſaggio delle due ſtelle pel medeſimo verticale ZE dal lato d'oriente, ſe la ſtella polare ſi trova in A, o B, e l'altra ſtella al di ſotto in E; calcolato del modo già inſegnato l'angolo EPZ, ſi fa noto il ſuo complimento agli due retti EPL, e conſeguentemente l'arco EL: riducendo poi tale arco in tempo ſidereo nella ragione di gr. 15 a ora, e trasformando tale tempo ſidereo in tempo ſolare vero; ſi ha il tempo ſolare vero, per cui il paſſaggio di tale ſtella pel meridiano del luogo in L anticipa il paſſaggio pel medeſimo verticale ZE colla ſtella polare. Se poi la ſtella polare ſi trova in A, o B, e l'altra ſtella al di ſopra in F; calcolato pure del modo già inſegnato l'angolo

golo ZPF, ſi fa noto l'arco FI: riducendo pure tale arco in tempo ſidereo nella detta ragione, e trasformando tale tempo ſidereo in tempo ſolare vero; ſi ha il tempo ſolare vero, per cui il paſſaggio della ſtella pel meridiano del luogo in I poſticipa il paſſaggio pel medeſimo verticale ZE colla polare. Nel paſſaggio poi delle due ſtelle pel medeſimo verticale ZH dal lato d'occidente dell' iſteſſo modo ſi calcola il tempo vero, per cui il paſſaggio della ſtella pel meridiano in I, o in L poſticipa, o anticipa il paſſaggio pel medeſimo verticale colla polare, ſecondochè per tale verticale vi paſſa sì fatta ſtella al di ſopra della polare, o al di ſotto.

## CAP. XXI.

*S' inſegna a calcolare l' altezza vera, l' azzimutto, e l' angolo parallattico del Sole, e delle ſtelle, corriſpondenti a qualunque data ora ſolare.*

### PROBL. LV.

407. *Calcolare per una data ora ſolare di qualſiſia aſſegnato giorno, e relativamente a qualun-*

*lunque luogo di nota latitudine l' altezza vera, l' azzimutto, e l' angolo parallattico del Sole.*

## SOLUZIONE.

Contraſſegnino relativamente al luogo HO l'orizzonte razionale, HZQ il meridiano celeſte, EQ l'equatore, P il polo ſettentrionale, Z il zenit, e S il ſito del Sole nel momento, che dinota l' ora ſolare data. S'intendano per S menati gli archi ZA, PB de' cerchi d'altezza, e di declinazione, procedenti per S. Fig. 32.

1. Le ore ſcorſe dal mezzodì fino al momento, che dinota l'ora data, ſi riducano in arco dell'equatore nella ragione di gr. 15 a ora; s'avrà con tale arco, ſe non oltrepaſſa la mezza periferia, o col complimento di eſſo all' intera periferia, ſe l'oltrepaſſa, la miſura dell' angolo orario SPZ.

2. Si cerchi nell' Efemeridi la declinazione del Sole a mezzodì del giorno aſſegnato, e colla parte proporzionale ſi determini quella, che compete al Sole nell' ora data; s'avrà noto l'arco BS, e conſeguentemente noto l'arco PS.

3. Della latitudine del luogo già nota ſe ne prenda il complimento all' arco del quadrante; e ſi farà noto l'arco PZ.

4. Finalmente nel triangolo SPZ, noti i due lati SP, PZ, e l'angolo compreſo SPZ, ſi de-

ſi determinino l'arco ZS, l'angolo PZS, e l'angolo PSZ.

S'avranno in tal modo l'altezza vera cercata AS, il cercato azzimutto AO, e'l cercato angolo parallattico PSZ.

Ch' è quanto biſognava determinare.

## ESEMPIO.

*Sia da determinare relativamente a Napoli l'altezza vera, l'azzimutto, e l'angolo parallattico, che competono al Sole a* $16^{or}.\ 20^{I}$ *dopo il mezzodì del 4 di Giugno del corrente anno* 1782.

## CALCOLO.

1. Si cerchi in ordine a $1^{or}.$, a $16^{or}.\ 20^{II}$, e a 15° il quarto proporzionale. S'avrà l'arco dell'equatore corriſpondente a $16^{or}.\ 20^{I}$ di 245°; onde l'arco BE, e conſeguentemente l'angolo orario SPZ è di 115°.

2. La declinazione del Sole nel mezzodì del 4 di Giugno in Napoli è di $22°.\ 29^{I}.\ 57^{II}$ ſettentrionale; e perchè s' accreſce di $6^{I}$ dal mezzodì del 4 fino al mezzodì del 5, ſarà a $16^{or}.\ 20^{I}$ dopo il mezzodì del 4 di $22°.\ 34^{I}.\ 2^{II}$. E perciò l' arco SP = $67°.\ 25^{I}.\ 58^{II}$.

3. Eſſendo la latitudine di Napoli di $40°.\ 50^{I}.\ 15^{II}$, ſarà PZ = $49°:\ 9^{I}.\ 45^{II}$.

4. Si determinino, eſſendo SP = $67°.\ 25^{I}$.

$25^{I}$. $58^{II}$, PZ = $49°$. $9^{I}$. $45^{II}$, e l'angolo SPZ = $115°$, SZ, l'angolo SZP, e l'angolo PSZ.

S'avranno, fatt'i calcoli convenienti, SZ = $87°$. $27^{I}$. $39^{II}$, e conſeguentemente l'altezza cercata AS = $2°$. $32^{I}$. $21^{II}$, l'angolo SZB, e conſeguentemente l' azzimutto AO = $86°$. $58^{I}$. $11^{II}$, e l'angolo parallattico PSZ = $46°$. $20^{I}$. $16^{II}$.

## AVVERTIMENTO.

408. Si noti che ſe colla calcolazione ſi trova l'arco SZ maggiore di $90°$, l'eccesſo di tale arco ſu quello del quadrante dinota allora non altezza, ma profondità del Sole; cioè dinota di quanto nell' ora data il Sole ſi trova profondo ſotto l'orizzonte.

## PROBL. LVI.

409. *Calcolare per una data ora ſolare di qualſiſia aſſegnato giorno, e relativamente a qualunque luogo di nota latitudine l'altezza vera, l'azzimutto, e l'angolo parallattico d'una ſtella.*

### SOLUZIONE.

S'intenda l'iſteſſo del probl. precedente, ed S contraſſegni il ſito della ſtella nel momento, che dinota l'ora ſolare data.

1. Si determini della ſtella il tempo ſo-

la-

lare, in cui paſſa nel giorno aſſegnato pel meridiano; e 'l tempo dato, computato dal mezzodì, ſi riferiſca al tempo del detto paſſaggio della ſtella pel meridiano. Si farà noto in tal modo il tempo ſolare, per cui il momento, che dinota l'ora data anticipa, o poſticipa quello del medeſimo detto paſſaggio.

2. Si converta tale tempo ſolare in tempo ſidereo, e sì fatto tempo ſidereo ſi traſformi in gradi, e minuti dell'equatore alla ragione di gr. 15 a ora. Si farà noto l'arco BE dell' equatore, e conſeguentemente l'angolo orario SPZ.

3. Si cerchi nell' Efemeridi la declinazione conveniente alla ſtella nel giorno aſſegnato. Si farà noto pure l'arco BS, e conſeguentemente l'arco SP.

4. Dalla latitudine nota del luogo ſi rilevi l'arco PZ.

5. Finalmente, noti nel triangolo i lati SP, PZ, e l'angolo compreſo SPZ, ſi determinino l'arco SZ, e gli angoli rimanenti SZP, PSZ.

S' avranno l'altezza cercata AS, il cercato azzimutto AO, e'l cercato angolo parallattico PSZ.

Ch' è quanto biſognava determinare.

## ESEMPIO.

*Sia da determinare relativamente a Napoli l'altezza vera, l'azzimutto, e l'angolo parallat-*

*lattico, che competono a* 13$^{or.}$. 30$^{I}$ *dopo il mezzodì del 6 di Giugno del corrente anno* 1782 *a una ſtella, che s' è trovata paſſare in tale giorno pel meridiano per* 1$^{or.}$. 20$^{I}$ *prima del mezzodì, ed ha la declinazione ſettentrionale di* 28°. 15$^{I}$.

## CALCOLO.

1. Tempo dato - - - - - - - 13$^{or.}$. 30$^{I}$
   Tempo da aggiugnere - - 1 . 20

   Som. - - - 14$^{or.}$. 50$^{I}$.

Sicchè la ſtella dal meridiano fino ad S nella rivoluzione diurna impiega il tempo ſolare di 14$^{or.}$. 50$^{I}$.

2. Il giorno ſidereo in tempo medio è di 23$^{or.}$. 56$^{I}$. 4$^{II}$; il giorno 6 di Giugno in tempo medio è di 24$^{or.}$. 00$^{I}$. 10$^{II}$. Si cerchi dunque in ordine a 23$^{or.}$. 56$^{I}$. 4$^{II}$, a 24$^{or.}$. 00$^{I}$. 10$^{II}$, e al tempo vero di 14$^{or.}$. 50$^{I}$ il quarto proporzionale; s' avrà tale tempo ſolare ridotto in tempo ſidereo, che, fatto il calcolo, ſi trova eſſere di 14$^{or.}$. 52$^{I}$. 32$^{II}$.

3. Si riduca il tempo ſidereo di 14$^{or.}$. 52$^{I}$. 32$^{II}$ in gradi, e minuti dell'equatore, e s' avranno 223°. 8$^{I}$. Onde s'avrà l'angolo orario SPZ = 136°. 52$^{I}$.

4. Eſſendo la declinazione della ſtella di 28°. 15$^{I}$ ſettentrionale, e la latitudine di Napoli di 40°. 50$^{I}$. 15$^{II}$; ſaranno SZ = 61°.

$61^{\circ} . 45^{\prime}$, PZ $= 49^{\circ} . 9^{\prime} . 45^{\prime\prime}$.

5. Finalmente nel triangolo SPZ, noti i lati SP, PZ, e l'angolo compreso SPZ, si determinino il lato SZ, e gli angoli rimanenti SZP, PSZ.

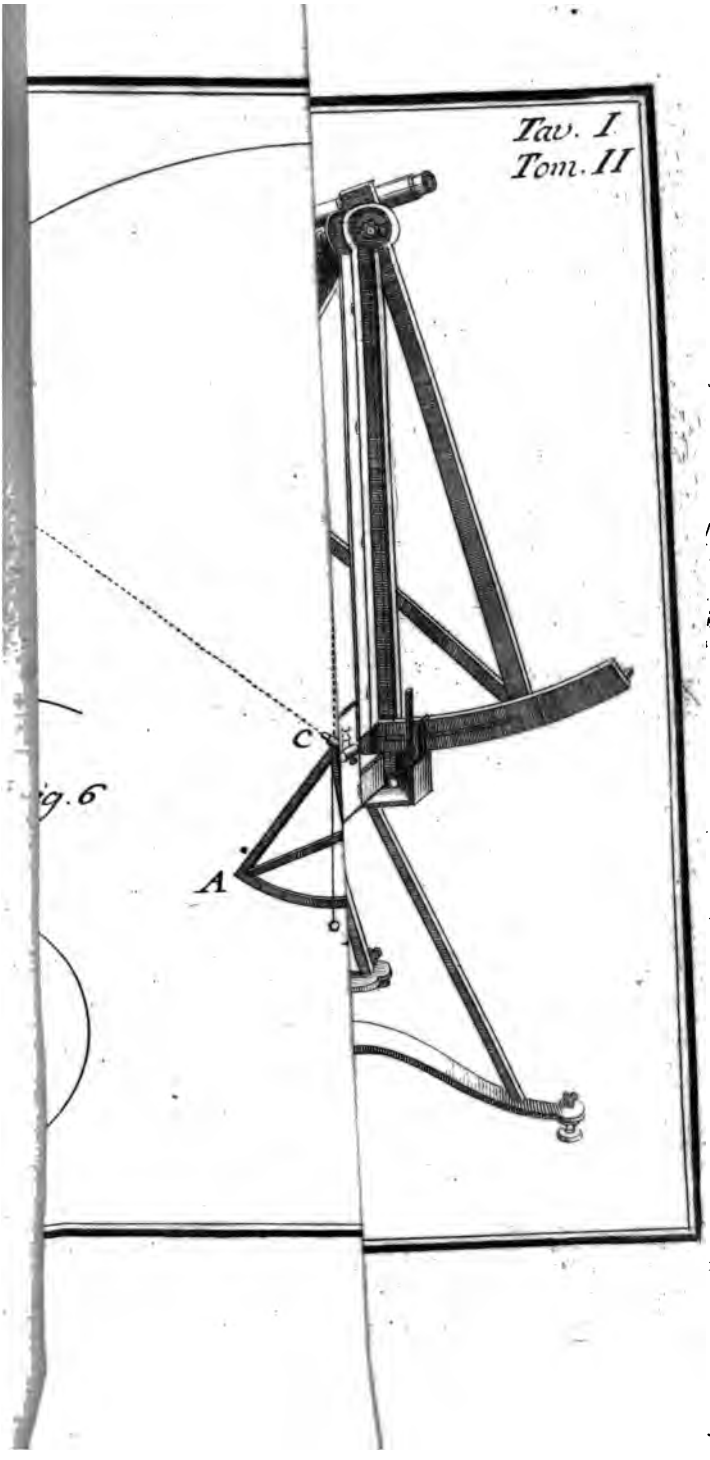
Saranno, fatti i calcoli convenienti, l'altezza cercata AS $= 10^{\circ} . 11^{\prime} . 8^{\prime\prime}$, l'azzimutto cercato AO $= 61^{\circ} . 17^{\prime} . 32^{\prime\prime}$, e' cercato angolo parallattico PSZ $= 31^{\circ} . 42^{\prime}$ $17^{\prime\prime}$.

## AVVERTIMENTO.

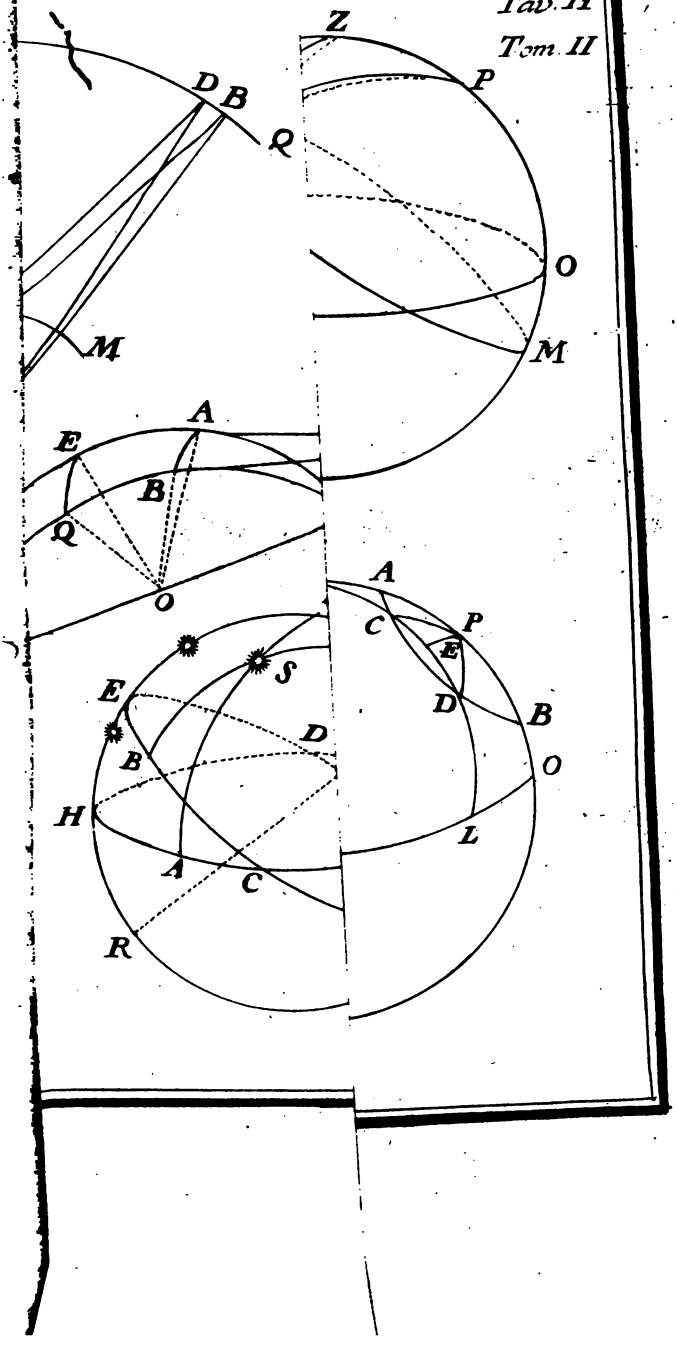
410. Si noti che se colla calcolazione si trova l'arco SZ maggiore di $90^{\circ}$, l'eccesso di tale arco su quello del quadrante dinota allora non altezza, ma profondità della stella; cioè dinota di quanto nell'ora data la stella si trova profonda sotto l'orizzonte.

## FINE DEL LIBRO SECONDO.

Tav. I
Tom. II




g. 6


Z
P
D
B
Q
O
M
A
E
B
Q
O
A
C
P
E
D
B
O
L
E
S
D
B
H
A
C
R

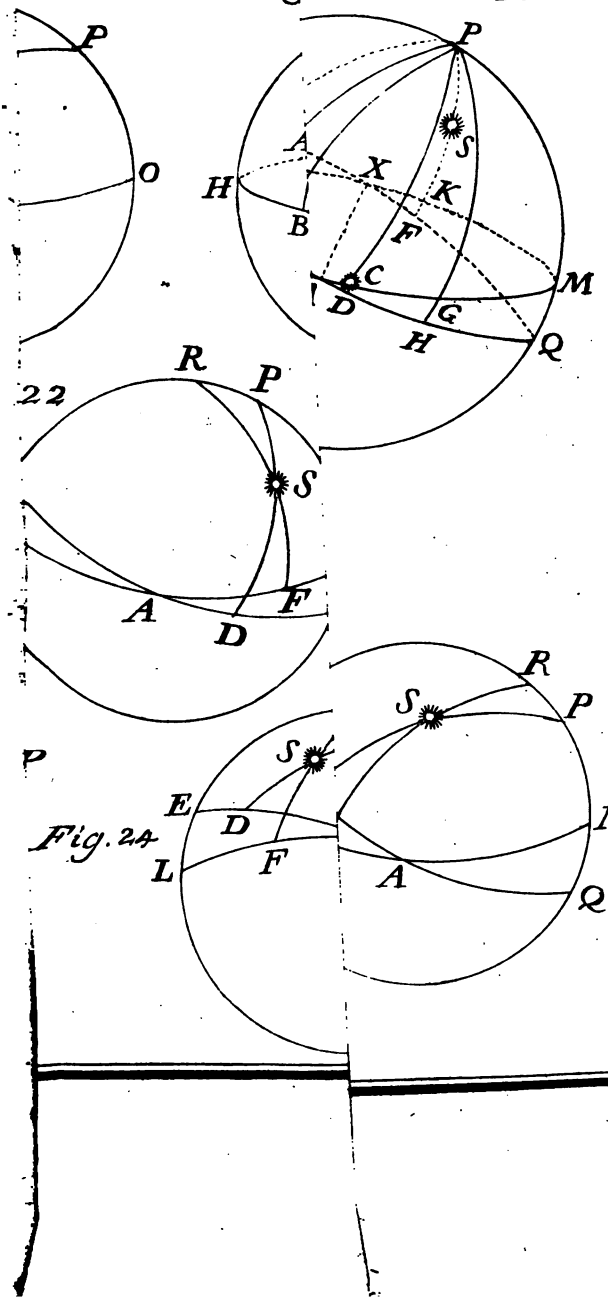
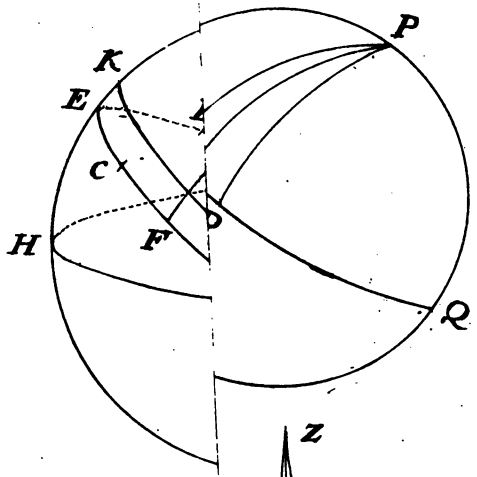



Fig. 24

Fig. 30

Tav. IV
Tom. II



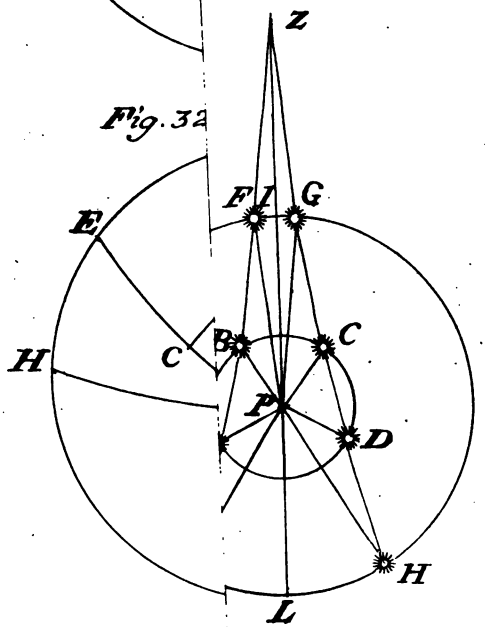


Fig. 32